

8.4 1)

α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει

$$f(-x) = 2(-x)^2 = 2x^2 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

β) Η g έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει

$$g(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -(x^3 + x) = -g(x)$$

Άρα η g είναι περιττή

γ) Η h έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει

$$h(-x) = -x + 2. \text{ Οπότε } h(-x) \neq h(x) \text{ και } h(-x) \neq -h(x)$$

Άρα η h δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

8.4 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = 5(-x)^4 + 3 = 5x^4 + 3 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -(-x)^6 + 9 = -x^6 + 9 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 4)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -4x = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 5)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -6x^3 = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 6)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -5(-x)^7 = 5x^7 = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 7)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = 2(-x)^4 - 4(-x)^2 = 2x^4 - 4x^2 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 8)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = 8(-x)^6 - 5(-x)^2 - 1 = 8x^6 - 5x^2 - 1 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 9)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x)^3 - (-x) = -x^5 - x^3 + x = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 10)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = 2(-x)^3 - 1 = -2x^3 - 1$$

Οπότε : $f(-x) \neq f(x)$ και $f(-x) \neq -f(x)$

Άρα η f δεν είναι ούτε άρτια , ούτε περιττή

8.4 11)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = (-x)^5 - 9 = -x^5 - 9$$

Οπότε : $f(-x) \neq f(x)$ και $f(-x) \neq -f(x)$

Άρα η f δεν είναι ούτε άρτια , ούτε περιττή

8.4 12)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -\alpha x^3 - \beta x = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 13)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = \alpha(-x)^4 + \beta(-x)^2 + \gamma = \alpha x^4 + \beta x^2 + \gamma = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 14)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $A = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$ για το οποίο ισχύει ότι για κάθε $x \in A$, και το $-x \in A$ και επίσης :

$$f(-x) = \frac{-2x}{(-x)^2 - 1} = -\frac{2x}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 15)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $A = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$ για το οποίο ισχύει ότι για κάθε $x \in A$, και το $-x \in A$ και επίσης :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 + 1}{(-x)^2 - 1} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 16)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = -|-x| = -x|x| = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 17)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = 3|-x| - 2 = 3|x| - 2 = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 18)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = \frac{-(-x)^3 + (-x)}{1 + |x|} = \frac{x^3 - x}{1 + |x|} = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 19)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = |-x - 1| + |-x + 1| = |x + 1| + |x - 1| = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 20)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = \frac{|-x-2| - |-x+2|}{|-x-1| + |-x+1|} = \frac{|x+2| - |x-2|}{|x+1| + |x-1|} = -f(x)$$

Άρα η f είναι περιττή

8.4 21)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{1+|-x-1|} = \frac{x^2}{1+|-x-1|} = \frac{x^2}{1+|x+1|}$$

Οπότε : $f(-x) \neq f(x)$ και $f(-x) \neq -f(x)$

Άρα η f δεν είναι ούτε άρτια , ούτε περιττή

8.4 22)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $A = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ για το οποίο ισχύει
ότι για κάθε $x \in A$ και το $-x \in A$, και επίσης :

$$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 1} = \sqrt{x^2 - 1} = f(x)$$

Άρα η f είναι άρτια

8.4 23)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R} - \{1\}$

Παρατηρούμε ότι στο πεδίο ορισμού της f ανήκει το -1 , αλλά όχι το 1

Άρα η f δεν είναι ούτε άρτια , ούτε περιττή

8.4 24)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και

$$\text{Αν } x > 0 \text{ τότε } -x < 0 \text{ οπότε } f(-x) = 2(-x)^2 + (-x) + 3 = 2x^2 - x + 3 \stackrel{x>0}{=} f(x)$$

$$\text{Αν } x < 0 \text{ τότε } -x > 0 \text{ οπότε } f(-x) = 2(-x)^2 - (-x) + 3 = 2x^2 + x + 3 \stackrel{x<0}{=} f(x)$$

$$\text{Αν } x = 0 \text{ τότε } -x = 0 \text{ οπότε προφανώς } f(-x) = f(x) = f(0)$$

Άρα για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι $f(-x) = f(x)$

Οπότε η f είναι άρτια