

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

7.4 1)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \leq f(2)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Πράγματι

$$f(x) \leq f(2) \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 1 \leq -2^2 + 4 \cdot 2 - 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x \leq -4 + 8 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -(x^2 - 4x + 4) \leq 0 \Leftrightarrow -(x-2)^2 \leq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 2)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \geq f(-1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \geq f(-1) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \geq (-1)^2 + 2(-1) - 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \geq -4 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 \geq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 3)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \leq f(-1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \leq f(-1) \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 \leq -(-1)^2 - 2(-1) + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 \leq 5 \Leftrightarrow -(x-1)^2 \leq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 4)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \geq f(1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 5 \geq 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 5 \geq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 5)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \leq f(-3)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \leq f(-3) \Leftrightarrow -x^2 - 6x + 4 \leq -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 6x + 4 \leq 13 - x^2 - 6x - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 \leq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 6)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 7 \geq 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{3}{2} - 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 7 \geq \frac{9}{2} - 9 - 7 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x - 14 \geq 9 - 18 - 14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow (2x-3)^2 \geq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 7)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow -x^2 + x - 3 \leq -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + x - 3 \leq -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 3 \Leftrightarrow -4x^2 + 4x - 12 \leq -1 + 2 - 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4x^2 + 4x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -(2x-1)^2 \leq 0 \text{ που ισχύει}$$

7.4 8)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \leq f(1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \leq f(1) \Leftrightarrow \frac{x}{x^2+1} \leq \frac{1}{1^2+1} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2+1} \leq \frac{1}{2} \stackrel{x^2+1>0}{\Leftrightarrow} 2x \leq x^2+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 \quad \text{που ισχύει}$$

7.4 9)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $f(x) \geq f(3)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι : } f(x) \geq f(3) \Leftrightarrow -\frac{x}{x^2+9} \geq -\frac{3}{3^2+9} \Leftrightarrow -\frac{x}{x^2+9} \geq -\frac{3}{18} \Leftrightarrow -\frac{x}{x^2+9} \geq -\frac{1}{6} \Leftrightarrow$$

$$\stackrel{x^2+9>0}{\Leftrightarrow} -6x \geq -x^2-9 \Leftrightarrow x^2-6x+9 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0 \quad \text{που ισχύει}$$