

ΘΕΜΑ 1

α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ 2

α) Για $\lambda = -3$ το σύστημα γράφεται :

$$\begin{cases} (-3+1)x + 2y = 3 \\ 4x + (-3-1)y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 3 \\ 4x - 4y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 3 \\ 2x - 2y = -3 \end{cases} \begin{matrix} (+) \\ \hline \end{matrix}$$

$$0x + 0y = 0$$

Η τελευταία εξίσωση είναι αόριστη οπότε και το σύστημα είναι αόριστο , δηλαδή έχει άπειρες λύσεις της μορφής $(x, y) = \left(\kappa, \frac{3+2\kappa}{2} \right)$

β) Για $\lambda = 3$ το σύστημα γράφεται :

$$\begin{cases} (3+1)x + 2y = 3 \\ 4x + (3-1)y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 3 \\ 4x + 2y = -6 \end{cases} \begin{matrix} (+) \\ \hline \end{matrix}$$

$$0 = -3$$

Η τελευταία εξίσωση είναι αδύνατη , οπότε και το σύστημα είναι αδύνατο

γ) Για $\lambda = 0$ το σύστημα γράφεται :

$$\begin{cases} (0+1)x + 2y = 3 \\ 4x + (0-1)y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - y = -6 \end{cases}$$

Λύνουμε το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4(3 - 2y) - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 12 - 8y - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 9y = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Άρα το σύστημα έχει μοναδική λύση , την $(x, y) = (-1, 2)$

ΘΕΜΑ 3

Βρίσκουμε αρχικά την εξίσωση της ε_1 :

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A) \Rightarrow y - (-1) = \frac{-7 - (-1)}{-2 - 1} (x - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y + 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 3$$

Και την εξίσωση της ε_2 :

$$y - y_\Gamma = \frac{y_\Delta - y_\Gamma}{x_\Delta - x_\Gamma} (x - x_\Gamma) \Rightarrow y - (-2) = \frac{10 - (-2)}{3 - (-1)} (x - (-1)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y + 2 = 3(x + 1) \Rightarrow y = 3x + 1$$

Για να βρούμε το σημείο τομής των δύο ευθειών , λύνουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2x - 3 = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -11 \\ x = -4 \end{cases}$$

Άρα οι δύο ευθείες τέμνονται στο $(x, y) = (-4, -11)$

ΘΕΜΑ 4

Έστω x η απόσταση των δύο πόλεων και v η ταχύτητα του ποταμόπλοιου

Ξέρουμε γενικά ότι ισχύει $x = v \cdot t$, όπου t ο χρόνος που χρειάζεται για να διανύσει την απόσταση x

κατεβαίνοντας τον ποταμό , η ταχύτητα του νερού < ευνοεί > το πλοίο , άρα η

ταχύτητά του αυξάνεται . Αντίθετα όταν ανεβαίνει τον ποταμό , η ταχύτητά του μειώνεται

Άρα προκύπτει το σύστημα :

$$\begin{cases} x = (v+3) \cdot 22 \\ x = (v-3) \cdot 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (v-3) \cdot 34 = (v+3) \cdot 22 \\ x = (v-3) \cdot 34 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 34v - 102 = 22v + 6 \\ x = (v-3) \cdot 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12v = 168 \\ x = (v-3) \cdot 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 14 \\ x = 374 \end{cases}$$

Άρα η απόσταση των πόλεων είναι 374 km και η ταχύτητα του πλοίου 14 km/h