

ΘΕΜΑ 1

- A. α) Σωστό
β) Λάθος
γ) Λάθος
δ) Λάθος
ε) Λάθος

B. Έστω $\log_{\alpha} \theta_1 = x_1$ και $\log_{\alpha} \theta_2 = x_2$

$$\text{Τότε } \alpha^{x_1} = \theta_1 \quad \text{και} \quad \alpha^{x_2} = \theta_2$$

$$\text{Οπότε } \alpha^{x_1} \cdot \alpha^{x_2} = \theta_1 \theta_2 \Rightarrow \alpha^{x_1+x_2} = \theta_1 \theta_2$$

Άρα από τον ορισμό του λογαρίθμου ,

$$\log_{\alpha} (\theta_1 \theta_2) = x_1 + x_2 \Rightarrow \log_{\alpha} (\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$$

ΘΕΜΑ 2

α) $P(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 6 = -8$

β) Πρέπει να αποδείξουμε :

$$P(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 6 = 0$$

Άρα το $x-2$ είναι παράγοντας του $P(x)$

γ)
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -5 & -6 & 2 \\ & 2 & 8 & 6 & \\ \hline 1 & 4 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα } P(x) = (x-2)(x^2 + 4x + 3)$$

δ) $P(x) = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x-2=0 \quad \quad \quad \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x=2 \quad \quad \quad \text{ή} \quad \quad \quad \Rightarrow x=-3 \quad \text{ή} \quad x=-1$$

ΘΕΜΑ 3

α) Έχουμε : $5\sigma\upsilon\nu^2\omega - 7\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega = -1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5(1-\eta\mu^2\omega) - 7\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 - 5\eta\mu^2\omega - 7\eta\mu\omega + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\eta\mu^2\omega + 7\eta\mu\omega - 6 = 0$$

β) Θέτουμε : $\eta\mu\omega = y$ και έχουμε :

$$5y^2 + 7y - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{5} \quad \quad \quad \Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow \eta\mu x = \frac{3}{5} \quad \quad \quad \text{ή} \quad \quad \quad \Rightarrow \eta\mu x = -2$$

αδύνατη

γ) $\sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \eta\mu^2\omega = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm \frac{4}{5}$

Όμως $\omega \in (90^\circ, 180^\circ)$ και $\eta\mu\omega > 0$

Άρα βρισκόμαστε στο δεύτερο τεταρτημόριο με $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$

$$\text{Οπότε } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$$

$$\text{Ακόμα, } \epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \quad \text{και} \quad \sigma\varphi\omega = -\frac{4}{3}$$

$$\delta) \quad 6\eta\mu x = 5\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \Rightarrow 6\eta\mu x = -5\eta\mu\omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu x = \frac{-5}{6} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow \eta\mu x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu x = \text{hm}\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$x = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = 2\kappa\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

ΘΕΜΑ 4

$$\alpha) \quad \text{Πρέπει: } x^2 + 5x - 6 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$$

$$\beta) \quad f(x) \leq 2\ln 3 + \ln 2 \Rightarrow \ln(x^2 + 5x - 6) \leq \ln 3^2 + \ln 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln(x^2 + 5x - 6) \leq \ln 18 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 \leq 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 24 \leq 0 \Rightarrow x \in [-8, 3]$$

Όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με το πεδίο ορισμού,



$$\text{άρα } x \in [-8, -6) \cup (1, 3]$$

$$\gamma) \quad \text{i) Έχουμε: } 2^\alpha \cdot \ln 2 = 3^{\beta-1} \cdot f(2) = 6^{\gamma-1} \cdot \ln 64 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^\alpha \cdot \ln 2 = 3^{\beta-1} \cdot \ln 8 = 6^{\gamma-1} \cdot \ln 64 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^\alpha \cdot \ln 2 = 3^{\beta-1} \cdot \ln 2^3 = 6^{\gamma-1} \cdot \ln 2^6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^\alpha \cdot \ln 2 = 3^{\beta-1} \cdot 3 \cdot \ln 2 = 6^{\gamma-1} \cdot 6 \cdot \ln 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^\alpha = 3^\beta = 6^\gamma$$

$$\text{ii) Έχουμε: } 3^\beta = 6^\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log 3^\beta = \log 6^\gamma \Rightarrow \beta \log 3 = \gamma \log 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta \log 3 = \gamma (\log 3 + \log 2) \Rightarrow \gamma \log 2 = \log 3 (\beta - \gamma) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \gamma \log 2 = \alpha \cdot \log 3 (\beta - \gamma) \Rightarrow \gamma \log 2^\alpha = \alpha \cdot \log 3 (\beta - \gamma) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot \log 3^\beta = \alpha \log 3 (\beta - \gamma) \Rightarrow \beta \cdot \gamma \cdot \log 3 = \alpha \log 3 (\beta - \gamma) \Rightarrow \alpha = \frac{\beta \gamma}{\beta - \gamma}$$