ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση ημx είναι περιοδική με περίοδο 2π, οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε:

$f(x+1) = ημ\big(2π(x+1)\big) = ημ(2πx + 2π) = ημ(2πx) = f(x)$, άρα η συνάρτηση f είναι περιοδική με περίοδο $T = 1$.

Ή εναλλακτικά: Η συνάρτηση είναι της μορφής $f(x) = ρημωx$, με $ρ = 1$ και $ω = 2π$, οπότε είναι περιοδική με περίοδο $T = \frac{2π}{ω} = \frac{2π}{2π} = 1$.

β) $f(0) = ημ(2π \cdot 0) = ημ(0) = 0$.

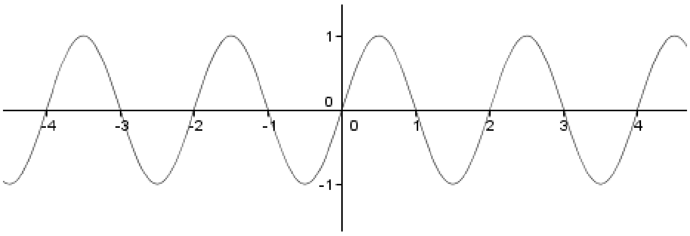
$f\left(\frac{1}{4}\right) = ημ\left(2π \cdot \frac{1}{4}\right) = ημ\left(\frac{π}{2}\right) = 1$.

γ) Η καμπύλη (i) δεν είναι η ζητούμενη, καθώς αντιστοιχεί σε περιοδική συνάρτηση με περίοδο $T = 2$, ενώ η ζητούμενη έχει περίοδο $T = 1$ (από το α) ερώτημα).

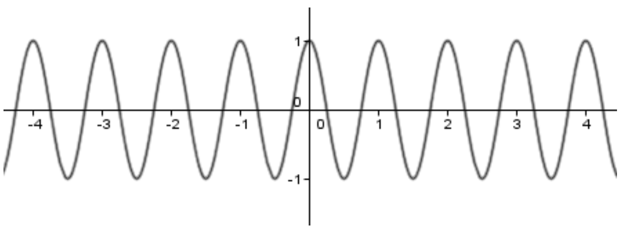
Η καμπύλη (ii) δεν είναι η ζητούμενη, καθώς αντιστοιχεί σε συνάρτηση με $f(0) = 1$, ενώ για την ζητούμενη είναι $f(0) = 0$ (από το β) ερώτημα).

Η καμπύλη (iii) δεν είναι η ζητούμενη, καθώς αντιστοιχεί σε συνάρτηση με $f\left(\frac{1}{4}\right) = -1$, ενώ για την ζητούμενη είναι $f\left(\frac{1}{4}\right) = 1$ (από το β) ερώτημα).

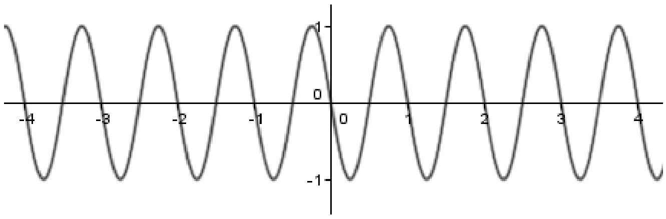
Άρα, η καμπύλη που αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι η καμπύλη (iv).



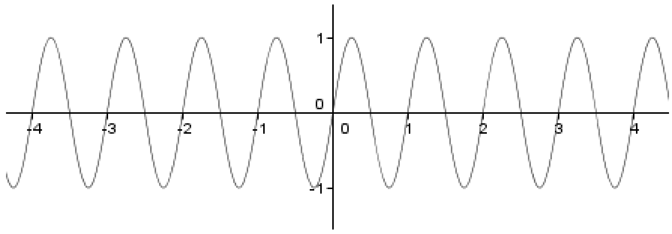
(i)



(ii)



(iii)



(iv)