ΛΥΣΗ

α) Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο στο τέλος της 1ης εβδομάδας είναι: $10-\frac{15}{100}\cdot 10=10\cdot\left(1-0,15\right)=10\cdot 0,85=8,5$ λίτρα.

Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο στο τέλος της 2ης εβδομάδας είναι: $\left(10\cdot 0,85\right)-\frac{15}{100}\cdot\left(10\cdot 0,85\right)=\left(10\cdot 0,85\right)\cdot\left(1-0,15\right)=10\cdot\left(0,85\right)^2=7,225$ λίτρα.

β) Η αρχική ποσότητα του υγρού στο δοχείο (δηλαδή η ποσότητα τη χρονική στιγμή $t=0$) είναι 10 λίτρα, οπότε $V(0)=V_0=10$.

Από το α) ερώτημα, ο όγκος V του υγρού μετά από 1 εβδομάδα είναι $V(1)=10\cdot 0,85\Leftrightarrow V_0\cdot\alpha^1=10\cdot 0,85\Leftrightarrow 10\cdot\alpha=10\cdot 0,85\Leftrightarrow\alpha=0,85.$

γ) Θα βρούμε μετά από πόσες εβδομάδες ο όγκος του υγρού που υπάρχει στο δοχείο είναι μικρότερος από το μισό της αρχικής του τιμής, δηλαδή θα βρούμε τις τιμές του t ώστε:

$$V(t)<\frac{V_0}{2}\Leftrightarrow$$
$$10\cdot\left(0,85\right)^t<\frac{10}{2}\Leftrightarrow$$
$$\left(0,85\right)^t<0,5\Leftrightarrow$$
$$\log\left(0,85\right)^t<\log(0,5)\Leftrightarrow$$
$$t\cdot\left(-0,07\right)<-0,3\Leftrightarrow$$
$$t>\frac{0,3}{0,07}\Leftrightarrow t>\frac{30}{7}\Leftrightarrow t>4\frac{2}{7}.$$

Άρα μετά από $4\frac{2}{7}$ εβδομάδες (4 εβδομάδες και 2 ημέρες) ο όγκος του υγρού που υπάρχει στο δοχείο είναι μικρότερος από το μισό της αρχικής του τιμής.