ΛΥΣΗ

α) Αφού $-2<-1$ και f γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[-3,0\right]$ είναι $f(-2)>f(-1)$.

Επίσης f άρτια οπότε $f(-2)=f(2)$. Συνεπώς $f(-1)<f(2)$.

β) Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[0,3\right]$, οπότε $f(3)\geq f(x)\geq f(0)$ για κάθε $x\in[0,3]$.

Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[-3,0\right]$, οπότε $f(-3)\geq f(x)\geq f(0)$ για κάθε $x\in[0,3]$.

Επίσης f άρτια οπότε $f(-3)=f(3)$.

Συνεπώς $f(3)\geq f(x)\geq f(0)$ για κάθε $x\in[-3,3]$.

γ) Αφού $f(x)\geq f(0)$ για κάθε $x\in[-3,3]$, συμπεραίνουμε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο 0, που είναι και η μοναδική θέση ελαχίστου, αφού λόγω μονοτονίας $f(x)>f(0)$ για κάθε $x\in[-3,0)\cup(0,3]$.

Αφού $f(x)\leq f(3)$ για κάθε $x\in[-3,3]$, συμπεραίνουμε ότι η f παρουσιάζει μέγιστο στο 3, όπως και στο -3 αφού $f(-3)=f(3)$, που είναι και οι μοναδικές θέσεις μεγίστου, αφού λόγω μονοτονίας $f(x)<f(3)$ για κάθε $x\in(-3,3)$.

δ) Από τους 4 τύπους μόνο ο α. και ο β. έχουν πεδίο ορισμού το $\left[-3,3\right]$.

Επίσης για τον τύπο α. ισχύει $f(0)>f(3)$ οπότε δεν μπορεί να αντιστοιχεί στη συνάρτηση του προβλήματος. Συνεπώς ο σωστός τύπος είναι ο β. $f(x)=-\sqrt{9-x^2}$.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της $f(x)=-\sqrt{9-x^2}$.