ΛΥΣΗ

α) Το $\mathrm{P}(x)=-x^3-4x^2-x+6$ έχει άθροισμα συντελεστών ίσο με το 0, οπότε έχει ρίζα το 1.

Το σχήμα Horner για τη διαίρεση $\mathrm{P}(x):(x-1)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

-1	-4	-1	6	1
	-1	-5	-6	
-1	-5	-6	0	

Συνεπώς η ανίσωση $\mathrm{P}(x)<0$ γίνεται ισοδύναμα $(x-1)(-x^2-5x-6)<0$.

Ο πίνακας προσήμου του $(x-1)(-x^2-5x-6)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα προσήμων

x	$-\infty$	-3		-2		1	$+\infty$
x-1	-		-		-	0	+
$-x^2-5x-6$	-	0	+	0	-		-
$(x-1)(-x^2-5x-6)$	+	0	-	0	+	0	-

Συνεπώς η ανίσωση $\mathrm{P}(x)<0$ αληθεύει για κάθε $x\in(-3,-2)\cup(1,+\infty)$.

β) Με βάση το α) ερώτημα, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $\mathrm{P}(x)$ θα πρέπει να είναι κάτω από τον άξονα xx', για κάθε $x\in(-3,-2)\cup(1,+\infty)$. Το μόνο από τα δοσμένα σχήματα που ικανοποιεί αυτήν την απαίτηση είναι το γ.

Εναλλακτικά, αφού $\mathrm{P}(0)=6$ θα πρέπει η γραφική παράσταση να διέρχεται από το σημείο (0,6) και το μόνο σχήμα που ικανοποιεί αυτήν την απαίτηση είναι το γ.

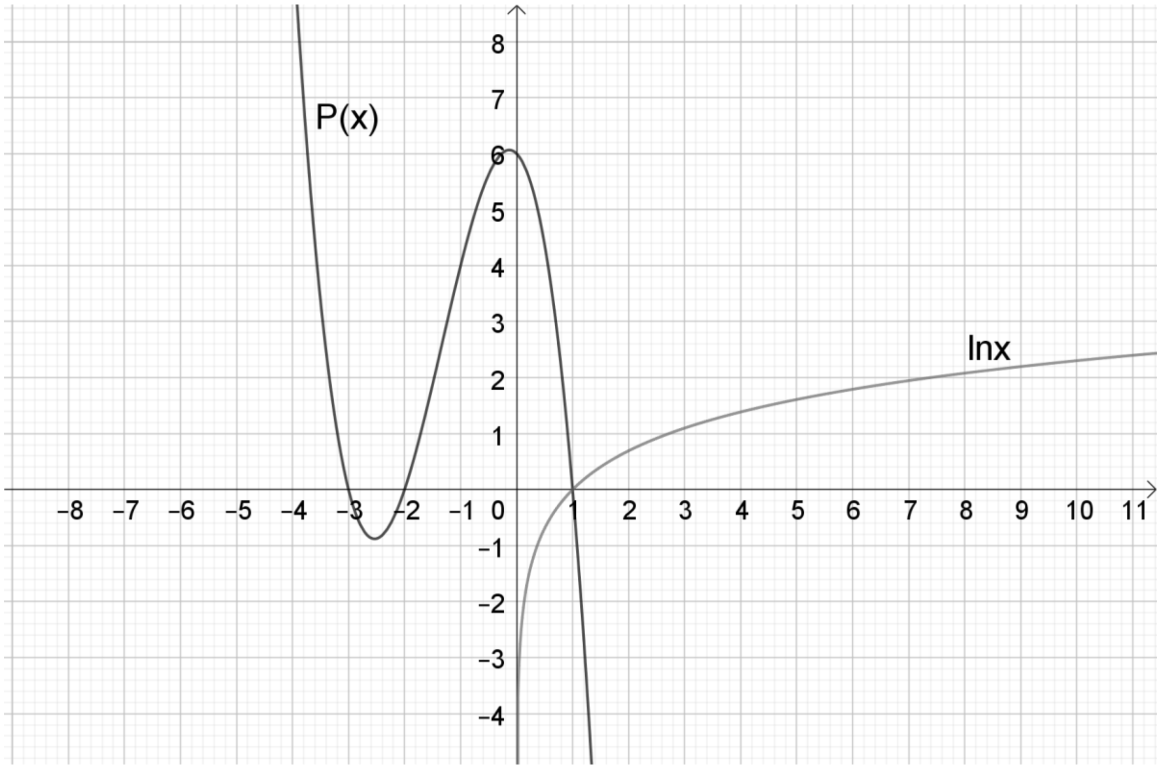
γ) Αν στο σχήμα γ συμπληρώσουμε τη γραφική παράσταση της $\ln x$ όπως φαίνεται παρακάτω, θα διαπιστώσομε ότι έχουν ένα μόνο κοινό σημείο με τετμημένη 1, που σημαίνει ότι η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=\ln x$ έχει μοναδική λύση την $x=1$.

Εναλλακτικά, η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=\ln x$ ορίζεται για $x>0$.

Για $x>1$ έχουμε ότι $\mathrm{P}(x)<0<\ln x$ που σημαίνει ότι η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=\ln x$ δεν έχει ρίζα στο $(1,+\infty)$.

Επίσης για $0<x<1$ έχουμε ότι $\ln x<0<\mathrm{P}(x)$ που σημαίνει ότι η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=\ln x$ δεν έχει ρίζα στο $(0,1)$.

Τέλος $\mathrm{P}(1)=\ln 1=0$ που σημαίνει ότι η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=\ln x$ έχει μοναδική λύση την $x=1$.



P(x)
lnx
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
8 7 6 5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4