ΛΥΣΗ

α) Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε

$\theta_0 = 100^0 C, T = 30^0 C$, ενώ $\theta(5) = 80^0 C$.

Άρα $80^0 = 30^0 + (100^0 - 30^0)e^{5k}$, οπότε $e^{5k} = \frac{50}{70} = \frac{5}{7}$.

Έτσι, θα έχουμε $5k = ln\left(\frac{5}{7}\right)$.

Τελικά, $k = \frac{-0,336}{5} = -0,0672$.

β) Στο προηγούμενο ερώτημα βρήκαμε ότι $e^{5k} = \frac{5}{7}$ άρα $(e^k)^5 = \frac{5}{7}$, οπότε $e^k = \left(\frac{5}{7}\right)^{1/5}$.

Άρα $\theta(t) = 30 + (100 - 30)(e^k)^t = 30 + 70 \cdot \left[\left(\frac{5}{7}\right)^{1/5}\right]^t = 30 + 70 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{t/5}$.

Εναλλακτικά, $\theta(t) = 30 + (100 - 30)e^{5kt/5} = 30 + 70 \cdot (e^{5k})^{t/5} = 30 + 70 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{t/5}$.

γ) Ζητάμε τον αριθμό $\theta(100) = 30 + 70 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{20} = 30 + 70 \cdot \left[\left(\frac{5}{7}\right)^{10}\right]^2 \cong 30 + 70 \cdot (0,034)^2$

$= 30 + 70 \cdot 0,001156 = 30 + 0,08092 \cong 30,08^o C$.