ΛΥΣΗ

α) Το ύψος (OK)είναι η τεταγμένη του σημείου στο οποίο τέμνει τον άξονα $y'y$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης, δηλαδή ο αριθμός:

$f(0) = 576 - 192(e^0 + e^0) = 576 - 2 \cdot 192 = 192\ m.$

β) Οι τετμημένες των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ τέμνει τον άξονα $x'x$, είναι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$, η οποία ισοδύναμα γράφεται:

$$192\left(e^{\frac{x}{100}} + e^{-\frac{x}{100}}\right) = 576 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{100}} + e^{-\frac{x}{100}} = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{100}} + \frac{1}{e^{\frac{x}{100}}} = 3.$$

Θέτοντας $e^{\frac{x}{100}} = y$, παίρνουμε την εξίσωση $y + \frac{1}{y} = 3$, η οποία γράφεται ισοδύναμα:

$y^2 + 1 = 3y \Leftrightarrow y^2 - 3y + 1 = 0$, με διακρίνουσα $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$, οπότε

$y = \frac{3+\sqrt{5}}{2} > 1$, αφού το σημείο A βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα Ox, οπότε $x > 0$, άρα

$\frac{x}{100} > 0 \Leftrightarrow y = e^{\frac{x}{100}} > e^0 = 1.$

Η άλλη ρίζα $y = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ είναι μικρότερη του 1, καθώς $\frac{3-\sqrt{5}}{2} < 1 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{5} < 2 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{5}$, αληθές.

Άρα, $e^{\frac{x}{100}} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, άρα $\frac{x}{100} = ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) \cong 0{,}96.$

Έτσι, $x = 96\ m$, οπότε $A(96{,}0)$.

γ) Το σημείο Β έχει θα έχει τετμημένη -96, άρα θα είναι $(AB) = 96 \cdot 2 = 192\ m = (OK)$.