ΛΥΣΗ

α) Έχουμε: $P(x) = e^{lne}x^3 + 4x^2 ln\sqrt{e} + 2 = ex^3 + 4x^2 lne^{\frac{1}{2}} + 2 =$

$$= ex^3 + 4x^2 \cdot \frac{1}{2} lne + 2 = ex^3 + 2x^2 + 2.$$

β) Οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ με την ευθεία ε: $y = ex + 4$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης

$P(x) - (ex + 4) = 0 \Leftrightarrow ex^3 + 2x^2 + 2 - ex - 4 = 0 \Leftrightarrow ex^3 + 2x^2 - ex - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2(ex + 2) - (ex + 2) = 0 \Leftrightarrow (ex + 2) \cdot (x^2 - 1) = 0.$

Άρα οι τετμημένες των σημείων τομής είναι: $x = 1, x = -1$ και $x = -\frac{2}{e}$.

γ) Για να βρούμε τα διαστήματα του x που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι πάνω από την ευθεία ε: $y = ex + 4$ θα λύσουμε την ανίσωση:

$P(x) - (ex + 4) > 0 \Leftrightarrow (ex + 2) \cdot (x^2 - 1) > 0.$

Οι ρίζες του $(ex + 2) \cdot (x^2 - 1)$ είναι $x = 1, x = -1$ και $x = -\frac{2}{e}$.

Το πρόσημο του $(ex + 2) \cdot (x^2 - 1)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$		-1		$-\frac{2}{e}$		1		$+\infty$
$(ex + 2) \cdot (x^2 - 1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Άρα $x \in (-1, -\frac{2}{e}) \cup (1, +\infty)$.

δ) Παρατηρούμε ότι το $P(e) - e^2 - 4$ είναι η τιμή του $P(x) - (ex + 4)$ για $x = e$.

Σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα θα έχουμε $P(e) - e^2 - 4 > 0$, αφού $e > 1$.