ΛΥΣΗ

Είναι $BA = 2$, $MA = x$, $MK = 4 - x$.

Η σχέση μεταξύ του διαστήματος s που διανύεται, της ταχύτητας v και του αντίστοιχου χρόνου κίνησης t, είναι: $v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$.

α) Το τρίγωνο BAM είναι ορθογώνιο, οπότε εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα προκύπτει ότι $BM = \sqrt{4 + x^2}$.

β) Η κίνηση γίνεται σε δύο μέσα – κολύμβηση στη θάλασσα και τρέξιμο στη ξηρά – με διαφορετικές (αλλά σταθερές) ταχύτητες $v_\kappa = 3\ \frac{km}{h}$ και $v_\tau = 5\ \frac{km}{h}$ αντίστοιχα. Έτσι, ο συνολικός χρόνος κίνησης θα προκύψει ως άθροισμα των δύο επιμέρους χρόνων.

- Ο χρόνος κίνησης από το B στο M: $t_1 = \frac{BM}{v_\kappa} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{3}$
- Ο χρόνος κίνησης από το M στο K: $t_2 = \frac{MK}{v_\tau} = \frac{4-x}{5}$
- Ο χρόνος της συνολικής κίνησης: $t_{o\lambda} = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{4+x^2}}{3} + \frac{4-x}{5}$

Επομένως, η συνάρτηση που εκφράζει τον χρόνο κίνησης t (σε h) του κολυμβητή – δρομέα ως προς την απόσταση x (σε km) είναι η

$$t(x) = \frac{\sqrt{4+x^2}}{3} + \frac{4 - x}{5}, \quad x \in [0, 4].$$

γ) Αρκεί να λυθεί η εξίσωση:

$$t(x) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{4+x^2}}{3} + \frac{4 - x}{5} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$$

$$5\sqrt{4+x^2} + 3(4 - x) = 20 \Leftrightarrow 5\sqrt{4+x^2} = 3x + 8$$

Αφού $x \in [0, 4]$ έπεται ότι $3x + 8 > 0$, επομένως ισοδύναμα είναι:

$$25(4 + x^2) = (3x + 8)^2 \Leftrightarrow 100 + 25x^2 = 9x^2 + 48x + 64 \Leftrightarrow$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Η λύση είναι δεκτή, διότι $\frac{3}{2} \in [0, 4]$.

Επομένως ο κολυμβητής θα βγει στην ακτή σε απόσταση $1{,}5\ km$ από το σημείο A.