ΛΥΣΗ

α)

$$\begin{array}{r|l} x^3+0x^2+2x-3 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3-x^2 & x^2-x+3 \\ \cline{1-1} -x^2+2x-3 & \\ x^2+x & \\ \cline{1-1} 3x-3 & \\ -3x-3 & \\ \cline{1-1} -6 & \end{array}$$

Με βάση την παραπάνω διαίρεση διαπιστώνουμε ότι $P(x)=(x+1)(x^2-x+3)-6$.

Εναλλακτικά, μπορούμε να απαντήσουμε με χρήση του σχήματος Horner.

β) Η εξίσωση $P(x)+6=0$ γράφεται $(x+1)(x^2-x+3)=0$. Αλλά το τριώνυμο x^2-x+3 έχει διακρίνουσα $\Delta=(-1)^2-4\cdot1\cdot3=-11<0$ και επομένως δεν έχει ρίζες. Ώστε $x+1=0$, έτσι μοναδική ρίζα είναι η $x=-1$.

Εναλλακτικά, μπορούμε να λύσουμε την εξίσωση $P(x)+6=0$ ανεξάρτητα από το α) ερώτημα ως εξής: $x^3+2x+3=0 \Leftrightarrow x^3+3x-x+3=0 \Leftrightarrow$

$x(x^2-1)+3(x+1)=0$, άρα $(x-1)(x+1)x+3(x+1)=0 \Leftrightarrow$

$(x+1)[x(x-1)+3]=0$, οπότε $(x+1)(x^2-x+3)=0$.