ΛΥΣΗ

α) Η διαίρεση $\mathrm{P}(x):(x-1)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$
\begin{array}{r|l}
3x^3 - x^2 - x + 2 & x-1 \\
\cline{2-2}
-3x^3 + 3x^2 & 3x^2 + 2x + 1 \\
\cline{1-1}
2x^2 - x + 2 & \\
-2x^2 + 2x & \\
\cline{1-1}
x+2 & \\
-x+1 & \\
\cline{1-1}
3 &
\end{array}
$$

Η ταυτότητα της διαίρεσης είναι : $\mathrm{P}(x)=(x-1)(3x^2+2x+1)+3$.

β) Με βάση την παραπάνω ταυτότητα διαίρεσης, η ζητούμενη ανίσωση γίνεται

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{P}(x)<3 \Leftrightarrow \\
&(x-1)(3x^2+2x+1)+3<3 \Leftrightarrow \\
&(x-1)(3x^2+2x+1)<0
\end{aligned}
$$

Το τριώνυμο $3x^2+2x+1$ έχει διακρίνουσα αρνητική, οπότε είναι για κάθε τιμή του x ομόσημο του συντελεστή του x^2 που ισούται με 3, δηλαδή θετικό, οπότε η ανίσωση γίνεται ισοδύναμα

$$
\begin{aligned}
&(x-1)(3x^2+2x+1)<0 \Leftrightarrow \\
&x-1<0 \Leftrightarrow \\
&x<1
\end{aligned}
$$

Τελικά η ανίσωση $\mathrm{P}(x)<3$ αληθεύει για κάθε $x \in (-\infty, 1)$.