ΛΥΣΗ

α)

i. Από την εξίσωση $-2\sigma\upsilon\nu^2\omega+\eta\mu\omega=-1$ έχουμε

$$-2(1-\eta\mu^2\omega)+\eta\mu\omega+1=0 \Leftrightarrow 2\eta\mu^2\omega+\eta\mu\omega-1=0 \Leftrightarrow \eta\mu\omega=-1 \text{ ή } \eta\mu\omega=\frac{1}{2} \text{ άρα}$$

$\eta\mu\omega=\frac{1}{2}$ αφού $\omega\in[0,\frac{\pi}{2}]$, επομένως $\sigma\upsilon\nu\omega=\sqrt{1-\eta\mu^2\omega}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ και

$$\varepsilon\varphi\omega=\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

ii. Επομένως η συνάρτηση f γίνεται $f(x)=3+\eta\mu x$, $x\in R$ και έχει, μέγιστη τιμή $M=4$ και ελάχιστη τιμή $m=2$ καθώς για κάθε x ισχύει $-1\le \eta\mu x\le 1 \Leftrightarrow 2\le 3+\eta\mu x\le 4$.

β)

i. Από το σχήμα διαπιστώνουμε ότι η g έχει ελάχιστη τιμή για $x=5$ το $g(5)=5$

ii. Η συνάρτηση g έχει ελάχιστη τιμή ίση με 5 και η συνάρτηση f έχει μέγιστη τιμή ίση με 4.

Δηλαδή ισχύει $f(x)\le 4$ και $g(x)\ge 5$ για κάθε $x\in R$. Άρα ισχύει $f(x)<g(x)$ για κάθε $x\in R$.

Επομένως οι γραφικές τους παραστάσεις δεν έχουν κανένα κοινό σημείο όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα