

ΘΕΜΑ 1

α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ 2

$$16^{x+2} = \frac{1}{8-x} \Rightarrow 16^{x+2} = 8^{-(-x)} \Rightarrow 16^{x+2} = 8^x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2^4)^{x+2} = (2^3)^x \Rightarrow 2^{4x+8} = 2^{3x} \Rightarrow 4x+8 = 3x \Rightarrow x = -8$$

ΘΕΜΑ 3

α) $\alpha' \text{ μέλος} = x^{\log y} = y^{\log x} \Leftrightarrow \log(x^{\log y}) = \log(y^{\log x}) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \log y \cdot \log x = \log x \cdot \log y \text{ που ισχύει}$$

β) Από το α' ερώτημα έχουμε ότι : $5^{\log x} = x^{\log 5}$

Άρα η εξίσωση γράφεται :

$$2 \cdot 5^{\log x} = 50 \Rightarrow 5^{\log x} = 25 \Rightarrow 5^{\log x} = 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$$

ΘΕΜΑ 4

α) $A = 3 \log_{2\sqrt{2}} 4 = 3 \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 2\sqrt{2}} = 3 \frac{\log_2 2^2}{\log_2 2^{\frac{3}{2}}} = 3 \cdot \frac{2}{\frac{3}{2}} = 4$

β) Θέτουμε : $2^x = y$ και η εξίσωση γράφεται : $y^2 - y - 12 = 0$

$$\Delta = 49 \quad y_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{matrix} \nearrow y_1 = 4 \\ \searrow y_2 = -3 \end{matrix}$$

Για $y = 4$ έχουμε $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

Για $y = -3$ έχουμε $2^x = -3 < 0$ αδύνατη

γ) Αποδείξαμε ότι $3 \log_{2\sqrt{2}} 4 = 4$, άρα η εξίσωση γράφεται :

$$x(1 - \log 5) = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - \log 5 \cdot x = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \log 10 - \log 5 x = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(\log 10 - \log 5) = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \log \frac{10}{5} = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \log 2 = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log 2^x = \log(4^x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^x = 4^x - 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 2^x - 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{2x} - 2^x - 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad \text{από το προηγούμενο ερώτημα}$$