

Περιορισμοί: $x > 0$, $y > 0$

$$(\Sigma) \Rightarrow \begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{x} + \log \sqrt{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y = 1 \end{cases}$$

θέτουμε $\log x = z \Rightarrow x = 10^z$
 $\log y = \omega \Rightarrow y = 10^\omega$ και έχουμε

$$(\Sigma) \Rightarrow \begin{cases} x^\omega + y^\omega \\ \frac{z}{2} + \frac{\omega}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10^{z\omega} + 10^{z\omega} = 20 \\ z + \omega = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10^{z\omega} = 20 \\ z + \omega = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z\omega = 1 \\ \frac{1}{\omega} + \omega = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z\omega = 1 \\ \frac{\omega^2 - 2\omega + 1}{\omega} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z\omega = 1 \\ (\omega - 1)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ \omega = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x, y) = (10, 10) \quad \text{δεκτή}$$