

30.8

α) Γνωρίζουμε ότι μετά από δύο χρόνια έχει απομείνει το $\frac{1}{3}$ της αρχικής ποσότητας, δηλαδή:

$$Q(2) = \frac{1}{3} \cdot Q_0 \Leftrightarrow Q_0 \cdot e^{2c} = \frac{Q_0}{3} \Leftrightarrow (e^c)^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow e^c = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ . Οπότε}$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{ct} \Leftrightarrow$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot (e^c)^t \Leftrightarrow$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^t \text{ .}$$

β) Γνωρίζουμε ότι μετά από τέσσερα χρόνια έχει απομείνει 1 κιλό ραδιενεργού υλικού και από το α)

ερώτημα γνωρίζουμε επίσης ότι $Q(t) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^t$. Ζητούμενη είναι η αρχική ποσότητα που

θάφτηκε, δηλαδή το Q_0 .

$$\text{Επομένως: } Q(4) = 1 \Leftrightarrow Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^4 = 1 \Leftrightarrow Q_0 \cdot \left(\frac{1}{9} \right) = 1 \Leftrightarrow Q_0 = 9 \text{ κιλά.}$$

γ) Στα ερωτήματα α) και β) δείξαμε ότι $Q(t) = 9 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^t$. Έχουμε

$$Q(t) = \frac{1}{81} \Leftrightarrow 9 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^t = \frac{1}{81} \Leftrightarrow 3^2 \cdot \left(3^{-\frac{1}{2}} \right)^t = 3^{-4} \Leftrightarrow 3^{2-\frac{t}{2}} = 3^{-4} \Leftrightarrow 2 - \frac{t}{2} = -4 \Leftrightarrow \frac{t}{2} = 6 \Leftrightarrow t = 12 \text{ .}$$

Συνεπώς μετά από 12 χρόνια η ποσότητα που θα έχει απομείνει θα είναι $\frac{1}{81}$ κιλά.