

30.5

α) Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο στο τέλος της 1^{ης} εβδομάδας είναι:

$$10 - \frac{15}{100} \cdot 10 = 10 \cdot (1 - 0,15) = 10 \cdot 0,85 = 8,5 \text{ λίτρα.}$$

Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο στο τέλος της 2^{ης} εβδομάδας είναι:

$$(10 \cdot 0,85) - \frac{15}{100} \cdot (10 \cdot 0,85) = (10 \cdot 0,85) \cdot (1 - 0,15) = 10 \cdot (0,85)^2 = 7,225 \text{ λίτρα.}$$

β) Η αρχική ποσότητα του υγρού στο δοχείο (δηλαδή η ποσότητα τη χρονική στιγμή $t = 0$) είναι 10 λίτρα, οπότε $V(0) = V_0 = 10$.

Από το α) ερώτημα, ο όγκος V του υγρού μετά από 1 εβδομάδα είναι

$$V(1) = 10 \cdot 0,85 \Leftrightarrow V_0 \cdot \alpha^1 = 10 \cdot 0,85 \Leftrightarrow 10 \cdot \alpha = 10 \cdot 0,85 \Leftrightarrow \alpha = 0,85.$$

γ) Θα βρούμε μετά από πόσες εβδομάδες ο όγκος του υγρού που υπάρχει στο δοχείο είναι μικρότερος από το μισό της αρχικής του τιμής, δηλαδή θα βρούμε τις τιμές του t ώστε:

$$V(t) < \frac{V_0}{2} \Leftrightarrow$$

$$10 \cdot (0,85)^t < \frac{10}{2} \Leftrightarrow$$

$$(0,85)^t < 0,5 \Leftrightarrow$$

$$\log(0,85)^t < \log(0,5) \Leftrightarrow$$

$$t \cdot (-0,07) < -0,3 \Leftrightarrow$$

$$t > \frac{0,3}{0,07} \Leftrightarrow t > \frac{30}{7} \Leftrightarrow t > 4\frac{2}{7}.$$

Άρα μετά από $4\frac{2}{7}$ εβδομάδες (4 εβδομάδες και 2 ημέρες) ο όγκος του υγρού που υπάρχει στο δοχείο είναι μικρότερος από το μισό της αρχικής του τιμής.