

3.3 1)

Έστω ότι απάντησε σωστά σε x ερωτήσεις και απάντησε λάθος σε y ερωτήσεις. Τότε Επειδή το τεστ έχει 10 ερωτήσεις, θα ισχύει $x + y = 10$

Ακόμη

για κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 5 μονάδες άρα για τις x σωστές απαντήσεις κερδίζει $5x$ μονάδες για κάθε λάθος απάντηση χάνει 3 μονάδες άρα για τις y λάθος απαντήσεις χάνει $3y$ μονάδες οπότε τελικά συγκεντρώνει $5x - 3y$ μονάδες

και επειδή πήρε στο τεστ αυτό, 26 μονάδες, θα ισχύει $5x - 3y = 26$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + y = 10 \\ 5x - 3y = 26 \end{cases}$ το οποίο λύνουμε με την μέθοδο της

αντικατάστασης και έχουμε $\begin{cases} x + y = 10 \\ 5x - 3y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ 5x - 3(10 - x) = 26 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 7 \end{cases}$

Οπότε ο μαθητής απάντησε σωστά σε 7 ερωτήσεις

3.3 2)

Έστω ότι απάντησε σωστά σε x ερωτήσεις και απάντησε λάθος σε y ερωτήσεις

Επειδή το τεστ έχει 50 ερωτήσεις, θα ισχύει $x + y = 50$

Για κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 100 βαθμούς,

άρα για x σωστές απαντήσεις κερδίζει $100x$ βαθμούς

Για κάθε λάθος απάντηση χάνει 40 βαθμούς,

άρα για y λάθος απαντήσεις χάνει $40y$ βαθμούς

Οπότε τελικά συγκέντρωσε $100x - 40y = 2200$ βαθμούς

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + y = 50 \\ 100x - 40y = 2200 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$\begin{cases} x + y = 50 \\ 100x - 40y = 2200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ 100(50 - y) - 40y = 2200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ 5000 - 100y - 40y = 2200 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ 140y = 2800 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$

Άρα απάντησε σωστά σε 30 ερωτήσεις

3.3 3)

Έστω ότι το τμήμα έχει x αγόρια και y κορίτσια

Αν στο τμήμα έρθουν 5 αγόρια, τότε τα αγόρια θα είναι διπλάσια από τα κορίτσια,

δηλαδή $x + 5 = 2y$

Αν φύγουν δύο αγόρια, τότε τα κορίτσια θα είναι το 45% του τμήματος,

δηλαδή $y = \frac{45}{100}(y + x - 2)$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + 5 = 2y \\ y = \frac{45}{100}(y + x - 2) \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$\begin{cases} x + 5 = 2y \\ y = \frac{45}{100}(y + x - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ y = \frac{45}{100}(y + 2y - 5 - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ y = \frac{45}{100}(3y - 7) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ 100y = 45(3y - 7) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ 100y = 135y - 315 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ 35y = 315 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 9 \end{cases}$

Άρα στην τάξη υπάρχουν 9 αγόρια

3.3 4)

Έστω x η ηλικία της κόρης και y η ηλικία του πατέρα

Πριν 4 χρόνια η ηλικία του πατέρα ήταν τριπλάσια από την ηλικία της κόρης,

$$\text{άρα } (y-4)=3(x-4)$$

Σε 8 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια από την ηλικία της κόρης ,

$$\text{άρα θα ισχύει } (y+8)=2(x+8)$$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} y-4=3(x-4) \\ y+8=2(x+8) \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{cases} y-4=3(x-4) \\ y+8=2(x+8) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y-4=3x-12 \\ y+8=2x+16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-8 \\ 3x-8+8=2x+16 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} y=3x-8 \\ 3x=2x+16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=40 \\ x=16 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα η κόρη είναι 16 χρονών

3.3 5)

Έστω x τα θρανία και y οι μαθητές

Αν καθίσει ένας μαθητής σε κάθε θρανίο , περισσεύουν 6 μαθητές

$$\text{Άρα ισχύει } 1 \cdot x = y - 6$$

Αν καθίσουν 2 μαθητές σε κάθε θρανίο , περισσεύουν 7 θρανία

$$\text{Άρα } 2(x-7)=y$$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} x = y - 6 \\ 2(x-7) = y \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = y - 6 \\ 2(x-7) = y \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = y - 6 \\ 2(y-6-7) = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 6 \\ 2y - 26 = y \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = y - 6 \\ y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 26 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα οι μαθητές είναι 26

3.3 6)

Έστω x το μήκος και y το πλάτος του ορθογωνίου

Η περίμετρος του είναι 14 , άρα $2x + 2y = 14$

Το εμβαδό του είναι 12 , δηλαδή $xy = 12$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ xy = 12 \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ xy = 12 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ x(7 - x) = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ 7x - x^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ x^2 - 7x + 12 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta=1} \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα οι πλευρές του ορθογωνίου είναι 3 και 4

3.3 7)

Έστω x η μεγαλύτερη διάσταση και y η μικρότερη διάσταση του ορθογωνίου

Διαφέρουν κατά 5 , άρα ισχύει $x = y + 5$

Αν η μεγαλύτερη διάσταση μειωθεί κατά 2 και η μικρότερη αυξηθεί κατά 1 ,

τότε το εμβαδό παραμένει ίδιο . Άρα ισχύει $(x-2)(y+1) = xy$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} x = y + 5 \\ (x-2)(y+1) = xy \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = y + 5 \\ (x-2)(y+1) = xy \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ xy + x - 2y - 2 = xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ y + 5 - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$$

Άρα οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι 3 και 8

3.3 8)

Έστω x η βάση και y το ύψος του ορθογωνίου (σε m)

Η περίμετρος είναι 40 , άρα ισχύει $2x + 2y = 40$

Επίσης αν αυξήσουμε τις διαστάσεις του κατά 6 και κατά 4 , το εμβαδό αυξάνεται

κατά 140 , δηλαδή $(x+6)(y+4) = xy + 140$

Επομένως προκύπτει το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ (x+6)(y+4) = xy + 140 \end{cases}$$
 ,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ (x+6)(y+4) = xy + 140 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ (x+6)(y+4) = xy + 140 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ xy + 4x + 6y + 24 = xy + 140 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 4x + 6y = 116 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 4x + 6(20 - x) = 116 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 4x + 120 - 6x = 116 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 2x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 18 \\ x = 2 \end{cases}$$

Άρα οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι 2 και 18 (σε m)