

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

3.2 1)

Έστω x η μία , και y άλλη γωνία. Τότε

Επειδή οι γωνίες είναι συμπληρωματικές , θα ισχύει $x + y = 90^\circ$

Επειδή η μία είναι κατά 40° μεγαλύτερη από την άλλη , θα ισχύει $y = x + 40^\circ$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + y = 90 \\ y = x + 40 \end{cases}$ το οποίο λύνουμε με την μέθοδο της αντικατάστασης και έχουμε

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ y = x + 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + x + 40 = 90 \\ y = x + 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 50 \\ y = x + 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 25 + 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 65 \end{cases}$$

Επομένως η μία γωνία είναι 25° και η άλλη είναι 65°

3.2 2)

Επειδή οι γωνίες είναι παραπληρωματικές , θα ισχύει $\varphi + \rho = 180^\circ$

Επειδή η γωνία φ ισούται με το τετραπλάσιο της ρ ελαττωμένο κατά 20° ,

θα ισχύει $\varphi = 4\rho - 20$. Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} \varphi + \rho = 180 \\ \varphi = 4\rho - 20 \end{cases}$ το οποίο

λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} \varphi + \rho = 180 \\ \varphi = 4\rho - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\rho - 20 + \rho = 180 \\ \varphi = 4\rho - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\rho = 200 \\ \varphi = 4\rho - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho = 40 \\ \varphi = 4 \cdot 40 - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho = 40 \\ \varphi = 140 \end{cases}$$

Επομένως η μία γωνία είναι 40° και η άλλη είναι 140°

3.2 3)

Έστω x το ύψος και y η βάση του ορθογωνίου (σε cm)

Επειδή η περίμετρός του είναι 72 θα ισχύει $2x + 2y = 72$

Επειδή το ύψος ισούται με το $\frac{1}{3}$ της βάσης , θα ισχύει $x = \frac{1}{3}y$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x = \frac{1}{3}y \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x = \frac{1}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 36 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 3x = 36 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 36 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 27 \end{cases}$$

Άρα οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι 9cm και 27cm

3.2 4)

Έστω α το μήκος των δύο ίσων πλευρών (σε cm) και β το μήκος της βάσης του

Επειδή η περίμετρός του είναι 100cm θα ισχύει $\alpha + \alpha + \beta = 100$

Επειδή κάθε μία από τις ίσες πλευρές είναι κατά 10 cm μικρότερη από την βάση του , θα ισχύει $\alpha = \beta - 10$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} 2\alpha + \beta = 100 \\ \alpha = \beta - 10 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 100 \\ \alpha = \beta - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(\beta - 10) + \beta = 100 \\ \alpha = \beta - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\beta - 20 + \beta = 100 \\ \alpha = \beta - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\beta = 120 \\ \alpha = \beta - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 40 \\ \alpha = 30 \end{cases}$$

Επομένως οι πλευρές του τριγώνου είναι 30cm , 30cm , 40cm

3.2 5)

Έστω φ οι δύο ίσες γωνίες της βάσης και θ η γωνία της κορυφής

Προφανώς θα ισχύει $\varphi + \varphi + \theta = 180^\circ$

Επειδή η γωνία της κορυφής ισούται με το $\frac{1}{4}$ της κάθε μίας από τις γωνίες της βάσης ,

$$\text{θα ισχύει } \theta = \frac{1}{4}\varphi$$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} 2\varphi + \theta = 180 \\ \theta = \frac{1}{4}\varphi \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 2\varphi + \theta = 180 \\ \theta = \frac{1}{4}\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\varphi + \theta = 180 \\ \varphi = 4\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8\theta + \theta = 180 \\ \varphi = 4\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9\theta = 180 \\ \varphi = 4\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 20^\circ \\ \varphi = 80^\circ \end{cases}$$

Άρα οι γωνίες του τριγώνου είναι $20^\circ, 80^\circ, 80^\circ$

3.2 6)

Έστω φ οι δύο ίσες γωνίες του τριγώνου και θ η τρίτη γωνία

Προφανώς θα ισχύει $\varphi + \varphi + \theta = 180^\circ$

Επειδή κάθε μία από τις ίσες γωνίες είναι κατά 30° μεγαλύτερη από την τρίτη ,
θα ισχύει $\varphi = \theta + 30^\circ$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} 2\varphi + \theta = 180 \\ \varphi = \theta + 30 \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 2\varphi + \theta = 180 \\ \varphi = \theta + 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(\theta + 30) + \theta = 180 \\ \varphi = \theta + 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\theta + 60 + \theta = 180 \\ \varphi = \theta + 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\theta = 120 \\ \varphi = \theta + 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 40^\circ \\ \varphi = 70^\circ \end{cases}$$

Άρα οι γωνίες του τριγώνου είναι $40^\circ, 70^\circ, 70^\circ$

3.2 7)

Έστω x, y οι διαστάσεις του ορθογωνίου (σε cm)

Επειδή η περίμετρος του είναι 1700cm , θα ισχύει $2x + 2y = 1700$

Επειδή οι διαστάσεις διαφέρουν κατά 50cm , θα ισχύει $x = 50 + y$ (ή $y = 50 + x$)

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} 2x + 2y = 1700 \\ x = 50 + y \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 1700 \\ x = 50 + y \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x + y = 850 \\ x = 50 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 + y + y = 850 \\ x = 50 + y \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} 50 + 2y = 850 \\ x = 50 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 800 \\ x = 50 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 400 \\ x = 450 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι $E = x \cdot y = 400 \cdot 450 \text{cm}^2 = 180000 \text{cm}^2 = 18 \text{m}^2$

3.2 8)

Έστω x η τιμή του τραπέζιού και y η τιμή της καρέκλας

Επειδή για ένα τραπέζι και τέσσερις καρέκλες πληρώσαμε συνολικά 56€,
θα ισχύει $x + 4y = 56$

Επειδή το τραπέζι κοστίζει όσο τρεις καρέκλες , θα ισχύει $x = 3y$

$$\text{Επομένως προκύπτει το σύστημα } \begin{cases} x + 4y = 56 \\ x = 3y \end{cases},$$

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} x + 4y = 56 \\ x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y + 4y = 56 \\ x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 56 \\ x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 24 \end{cases}$$

Άρα το τραπέζι κόστισε 24€ και κάθε καρέκλα 8€

3.2 9)

Έστω ότι χρησιμοποίησε x 5ευρα και y 10ευρα

Χρησιμοποίησε συνολικά 40 χαρτονομίσματα , άρα $x + y = 40$

Το συνολικό ποσό ήταν 350€, άρα $5x + 10y = 350$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 10y = 350 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} 5x + 10y = 350 \\ x + y = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 70 \\ x + y = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 70 \\ x = 40 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40 - y + 2y = 70 \\ x = 40 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 10 \end{cases}$$

Άρα χρησιμοποίησε 30 10ευρα και 10 5ευρα

3.2 10)

Έστω ότι υπάρχουν x κότες και y κουνέλια

Επειδή όλα τα ζώα έχουν συνολικά 40 κεφάλια , θα ισχύει $x + y = 40$

Επειδή όλα τα ζώα έχουν συνολικά 114 πόδια , θα ισχύει $2x + 4y = 114$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x + 4y = 114 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x + 4y = 114 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ x + 2y = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 - y \\ 40 - y + 2y = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 23 \\ y = 17 \end{cases}$$

Άρα οι κότες είναι 23 και τα κουνέλια 17

3.2 11)

Έστω φ η ζητούμενη γωνία και θ η παραπληρωματική της

Άρα θα είναι $\theta = 180 - \varphi$

Επειδή η φ είναι κατά 100° μικρότερη από το τριπλάσιο της παραπληρωματικής της ,
θα ισχύει $\varphi = 3\theta - 100$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} \theta = 180 - \varphi \\ \varphi = 3\theta - 100 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} \theta = 180 - \varphi \\ \varphi = 3\theta - 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 180 - \varphi \\ \varphi = 3(180 - \varphi) - 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 180 - \varphi \\ \varphi = 540 - 3\varphi - 100 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \theta = 180 - \varphi \\ 4\varphi = 440 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 70^\circ \\ \varphi = 110^\circ \end{cases}$$

Άρα η ζητούμενη γωνία είναι 110°

3.2 12)

Έστω x η ηλικία του Νίκου και y του πατέρα του

Ο πατέρας του είναι κατά 26 χρόνια μεγαλύτερος , άρα ισχύει $y = x + 26$

Πριν 5 χρόνια οι ηλικίες τους είχαν άθροισμα 40 , άρα θα ισχύει $(x - 5) + (y - 5) = 40$

Επομένως προκύπτει το σύστημα $\begin{cases} y = x + 26 \\ x + y - 10 = 40 \end{cases}$,

το οποίο λύνουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\begin{cases} y = x + 26 \\ x + y - 10 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 26 \\ x + y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 26 \\ x + 26 + x = 50 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 26 \\ 2x = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 38 \\ x = 12 \end{cases}$$

Άρα ο Νίκος είναι 12 και ο πατέρας του 38