

29.6 1)

$$\text{Καταρχήν πρέπει } \begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \\ x > -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} x > 3$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$2\ln x - \ln(x-3) = \ln 2 + \ln(x+4) \Rightarrow \ln x^2 - \ln(x-3) = \ln 2(x+4) \Rightarrow \ln \frac{x^2}{x-3} = \ln(2x+8) \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{x-3} = 2x+8 \Rightarrow x^2 = (2x+8)(x-3) \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 6x + 8x - 24 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 + 96 = 100, \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 10}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = -6 \text{ ή } x_2 = 4$$

Η ρίζα $x_1 = -6$ **απορρίπτεται**, καθώς δεν ικανοποιεί τον περιορισμό

Η ρίζα $x_2 = 4$ γίνεται **δεκτή** καθώς ικανοποιεί τον περιορισμό

Επομένως η εξίσωση έχει λύση μόνο την $x = 4$

29.6 2)

Καταρχήν πρέπει $x > -2$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\log(x^2+1) - \log(x+2) = \log 2 \Rightarrow \log \left[\frac{(x^2+1)}{x+2} \right] = \log 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x+2} = 2 \Rightarrow x^2+1 = 2x+4 \Rightarrow x^2-2x-3=0$$

$$\Delta = 16 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -1 \end{matrix} \quad \text{δεκτές}$$

29.6 3)

$$\text{Κατ' αρχήν πρέπει : } \begin{cases} x > 0 \\ 5x-8 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{8}{5}$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε :

$$2\ln x = \ln 2 + \ln(5x-8) \Rightarrow \ln x^2 - \ln(5x-8) = \ln 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{x^2}{5x-8} \right) = \ln 2 \Rightarrow \frac{x^2}{5x-8} = 2 \Rightarrow x^2 = 10x - 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{ή} \\ x = 8 \end{cases} \quad \text{δεκτές και οι δύο λύσεις}$$

29.6 4)

$$\text{Καταρχήν πρέπει } \begin{cases} x+2 > 0 \\ x-1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\ln(x+2) - \ln(x-1) = \ln 2 + \ln x \Rightarrow \ln \frac{x+2}{x-1} = \ln(2x) \Rightarrow \frac{x+2}{x-1} = 2x \Rightarrow x+2 = 2x(x-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x = x+2 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad \Delta = 9+16=25, \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4} \quad x_1 = -\frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad x_2 = 2$$

Η ρίζα $x_1 = -\frac{1}{2}$ **απορρίπτεται**, καθώς δεν ικανοποιεί τον περιορισμό

Η ρίζα $x_2 = 2$ γίνεται **δεκτή** καθώς ικανοποιεί τον περιορισμό

Επομένως η εξίσωση έχει λύση μόνο την $x = 2$

29.6 5)

$$\text{Καταρχήν πρέπει } \begin{cases} 2x-4 > 0 \\ x-3 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > 4 \\ x > 3 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \\ x > -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθρευση}} x > 3$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\log(2x-4) + \log(x-3) = 2 \log(x+1) \Rightarrow \log[(2x-4) \cdot (x-3)] = \log(x+1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2x-4) \cdot (x-3) = (x+1)^2 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 4x + 12 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 12x + 11 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = 144 - 44 = 100, \quad x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 \pm 10}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1 \quad \text{ή} \quad x_2 = 11$$

Η ρίζα $x_1 = 1$ **απορρίπτεται**, καθώς δεν ικανοποιεί τον περιορισμό

Η ρίζα $x_2 = 11$ γίνεται **δεκτή** καθώς ικανοποιεί τον περιορισμό

Επομένως η εξίσωση έχει λύση μόνο την $x = 11$

29.6 6)

$$2 \log(2x-1) - \log(3x-2x^2) = \log(4x-3) - \log x$$

Περιορισμοί

$$2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$3x-2x^2 > 0 \Rightarrow x(3-2x) > 0 \Rightarrow x \in \left(0, \frac{3}{2}\right) \quad \left\{ x \in \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right) \right.$$

$$4x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4}$$

$$x > 0$$

$$\log(2x-1)^2 - \log(3x-2x^2) = \log(4x-3) - \log x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{(2x-1)^2}{3x-2x^2}\right) = \log\left(\frac{4x-3}{x}\right) \Rightarrow \frac{(2x-1)^2}{3x-2x^2} = \frac{4x-3}{x} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} \frac{(2x-1)^2}{3-2x} = 4x-3 \xrightarrow{x \neq \frac{3}{2}} (2x-1)^2 = (4x-3)(3-2x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 12x - 8x^2 - 9 + 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x^2 - 22x + 10 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 11x + 5 = 0$$

$\Delta = 1$
 $x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{12}$
 $x_1 = 1$
 $x_2 = \frac{5}{6}$
δεκτές