

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

29.5 1)

Καταρχήν πρέπει

$$\Delta = 9 + 16 = 25, \quad x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3-5}{2} = -4 \\ x_2 = \frac{-3+5}{2} = 1 \end{cases}, \quad \begin{array}{c|c|c} -4 & 1 & \\ + & - & + \end{array}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 4 > 0 \\ 2x + 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \text{ ή } x > 1 \\ x > -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} x > 1$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε $\ln(x^2 + 3x - 4) = \ln(2x + 2) \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 2x + 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad \Delta = 1 + 24 = 25, \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = -3 \text{ ή } x_2 = 2$$

Η ρίζα $x_1 = -3$ **απορρίπτεται**, καθώς δεν ικανοποιεί τον περιορισμό

Η ρίζα $x_2 = 2$ γίνεται **δεκτή** καθώς ικανοποιεί τον περιορισμό

Επομένως η εξίσωση έχει λύση μόνο την $x = 2$

29.5 2)

Κατ' αρχήν πρέπει: $\begin{cases} x^2 + 3x - 10 > 0 \\ 6x - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, -5) \cup (2, +\infty) \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x > 2$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε:

$$\ln(x^2 + 3x - 10) = \ln(6x - 6) \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 6x - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{απορρίπτεται} \\ \text{ή} \\ x = 4 & \text{δεκτή} \end{cases}$$

29.5 3)

Καταρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x + 15 > 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & \\ + & - & + \end{array}} \begin{cases} x < 0 \text{ ή } x > 1 \\ x > -15 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} -15 < x < 0 \text{ ή } x > 1$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\log(x^2 - x) = \log(x + 15) \Rightarrow x^2 - x = x + 15 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\Delta = 64 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases} \quad \text{δεκτές}$$

29.5 4)

Καταρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 + 3x + 2 > 0 \\ 8x - 2 > 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{array}{c|c|c} -2 & -1 & \\ + & - & + \end{array}} \begin{cases} x < -2 \text{ ή } x > -1 \\ x > \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} x > -1$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\log(x^2 + 3x + 2) = \log(8x - 2) \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 8x - 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Delta = 9 \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \text{δεκτές}$$

29.5 5)

$$\text{Κατ' αρχήν πρέπει : } \begin{cases} x^2 - 7x + 6 > 0 \\ -2x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 1) \cup (6, +\infty) \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x < 0$$

Με τον περιορισμό αυτό έχουμε :

$$\ln(x^2 - 7x + 6) = \ln(-2x) \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = -2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{ή} \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{απορρίπτονται και οι δύο λύσεις}$$

καθώς δεν ικανοποιούν τον περιορισμό. Επομένως η εξίσωση είναι αδύνατη.