

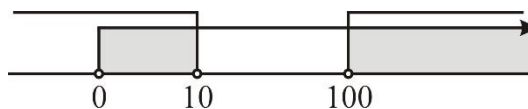
29.16 1)

Καταρχήν πρέπει $x > 0$. Με τον περιορισμό αυτό θέτουμε $y = \log x$ και έχουμε

$$\log^2 x - 3\log x + 2 > 0 \xrightarrow{y=\log x} y^2 - 3y + 2 > 0 \quad \Delta=1, x_1=1, x_2=2 \quad \begin{array}{c} + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ 1 \quad \quad 2 \end{array} \Rightarrow y < 1 \text{ ή } y > 2 \xrightarrow{y=\log x} \\ \Rightarrow \log x < 1 \text{ ή } \log x > 2 \Rightarrow \log x < \log 10 \text{ ή } \log x > \log 100 \Rightarrow x < 10 \text{ ή } x > 100$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό. Έτσι

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 10 \text{ ή } x > 100 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} 0 < x < 10 \text{ ή } x > 100.$$



Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \in (0, 10) \cup (100, +\infty)$

29.16 2)

Κατ' αρχήν πρέπει $x > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν θέτουμε $y = \log x$ και έχουμε :

$$\log^2 x - \log x > 0 \xrightarrow{y=\log x} y^2 - y > 0 \Rightarrow y(y-1) > 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow y < 0 \text{ ή } y > 1 \Rightarrow \log x < 0 \text{ ή } \log x > 1 \Rightarrow x < 1 \text{ ή } x > 10$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

$$\text{Έτσι : } \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \text{ ή } x > 10 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 1 \text{ ή } x > 10$$

Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \in (0, 1) \cup (10, +\infty)$

29.16 3)

Κατ' αρχήν πρέπει $x > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν θέτουμε $y = \ln x$ και έχουμε :

$$\ln^2 x - 2\ln x \leq 0 \xrightarrow{y=\ln x} y^2 - 2y \leq 0 \Rightarrow y(y-2) \leq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 < y \leq 2 \Rightarrow 0 \leq \ln x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x \leq e^2$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

$$\text{Έτσι : } \begin{cases} 1 \leq x \leq e^2 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq e^2$$

Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \in [1, e^2]$

29.16 4)

Κατ' αρχήν πρέπει $x > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν θέτουμε $y = \log x$ και έχουμε :

$$\log^2 x - 2\log x - 3 > 0 \xrightarrow{y=\log x} y^2 - 2y - 3 > 0 \Rightarrow y < -1 \text{ ή } y > 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \log x < -1 \text{ ή } \log x > 3 \Rightarrow x < 10^{-1} \text{ ή } x > 1000$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

$$\text{Έτσι : } \begin{cases} x < \frac{1}{10} \text{ ή } x > 1000 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{10} \text{ ή } x > 1000$$

Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \in \left(0, \frac{1}{10}\right) \cup (1000, +\infty)$

29.16 5)

Κατ' αρχήν πρέπει $x > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν θέτουμε $y = \ln x$ και έχουμε :

$$\ln^2 x - 3\ln x - 10 < 0 \Rightarrow y^2 - 3y - 10 < 0 \Rightarrow -2 < -y < 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 < \ln x < 5 \Rightarrow e^{-2} < x < e^5$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

$$\text{Έτσι : } \begin{cases} e^{-2} < x < e^5 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow e^{-2} < x < e^5$$

Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \in \left[\frac{1}{e^2}, e^5 \right]$