

29.15 1)

Καταρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \text{ ή } x > 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} x > 3$

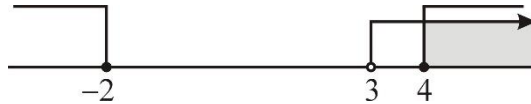
Με τον περιορισμό αυτό έχουμε $\log(x^2 - 9) \geq \log(2x - 1) \Rightarrow x^2 - 9 \geq 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 9 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow$

$$\Delta = 4 + 32 = 36, \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 6}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{array}{c} -2 \quad 4 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array}$$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \text{ ή } x \geq 4$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό. Έτσι

$\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -2 \text{ ή } x \geq 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{συναλήθευση}} x \geq 4.$



Επομένως η ανίσωση αληθεύει για $x \geq 4$

29.15 2)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ ή } x > 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > 2$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$\log(x^2 - 4) \leq \log(2x - 1) \Rightarrow x^2 - 4 \leq 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \in (-1, 3)$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

Έτσι : $\begin{cases} x \in (-1, 3) \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow x \in (2, 3)$

29.15 3)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 - 16 > 0 \\ -6x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \text{ ή } x > 4 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x < -4$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$\ln(x^2 - 16) < \ln(-6x) \Rightarrow x^2 - 16 < -6x \Rightarrow x^2 + 6x - 16 < 0 \Rightarrow x \in (-8, 2)$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

Έτσι : $\begin{cases} x \in (-8, 2) \\ x < -4 \end{cases} \Rightarrow x \in (-8, -4)$

29.15 4)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 > 0 \\ x + 11 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \text{ ή } x > 1 \\ x > -11 \end{cases} \Rightarrow x \in (-11, -4) \cup (1, +\infty)$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$\log(x^2 + 3x - 4) \leq \log(x + 11) \Rightarrow x^2 + 3x - 4 \leq x + 11 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, 3]$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

Έτσι : $\begin{cases} x \in (-11, -4) \cup (1, +\infty) \\ -5 \leq x \leq 3 \end{cases}$

29.15 5)

$$\text{Κατ' αρχήν πρέπει } \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-1, 3) \\ x < 1 \text{ ή } x > 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-1, 1)$$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$$\ln(-x^2 + 2x + 3) \leq \ln(x^2 - 4x + 3) \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 \leq x^2 - 4x + 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x^2 - 6x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

Τώρα όμως πρέπει να κάνουμε συναλήθευση με τον περιορισμό.

$$\text{Έτσι : } \begin{cases} x \in (-1, 1) \\ x \in (-\infty, 0] \cup [3, +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-1, 0]$$