

29.13 1)

Καταρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 > 0, & y^3 > 0 \\ x^5 > 0, & y > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ και } y > 0$. Με τον περιορισμό αυτό έχουμε

$$\begin{cases} \ln x^2 + \ln y^3 = 2 \\ \ln x^5 - \ln y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \ln x + 3 \ln y = 2 \\ 5 \ln x - \ln y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{θέτουμε } \alpha = \ln x, \beta = \ln y} \begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 2 \\ 5\alpha - \beta = 5 \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\alpha = 1$ και $\beta = 0$. Οπότε

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 0 \end{cases} \xrightarrow{\alpha = \ln x, \beta = \ln y} \begin{cases} \ln x = 1 \\ \ln y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln x = \ln e \\ \ln y = \ln 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = e \\ y = 1 \end{cases} \text{ που ικανοποιεί και τον περιορισμό}$$

29.13 2)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^3 > 0, & y^4 > 0 \\ x > 0, & y^5 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ και } y > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$$\begin{cases} \ln x^3 - \ln y^4 = 2 \\ \ln x + \ln y^5 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \ln x - 4 \ln y = 2 \\ \ln x + 5 \ln y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\alpha = \ln x, \beta = \ln y} \begin{cases} 3\alpha - 4\beta = 2 \\ \alpha + 5\beta = 7 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 1$$

Οπότε : $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln x = 2 \\ \ln y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = e^2 \\ y = e \end{cases}$

29.13 3)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 > 0, & y > 0 \\ x > 0, & y^3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ και } y > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$$\begin{cases} \log x^2 + \log y = 2 \\ \log x - \log y^3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \log x + \log y = 2 \\ \log x - 3 \log y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\alpha = \log x, \beta = \log y} \begin{cases} 2\alpha + \beta = 2 \\ \alpha - 3\beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha = 1, \beta = 2$$

Οπότε : $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 1 \end{cases}$

29.13 4)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^2 > 0, & y^3 > 0 \\ x^3 > 0, & y^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ και } y > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$$\begin{cases} \ln x^2 - \ln y^3 = -3 \\ \ln x^3 + \ln y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \ln x - 3 \ln y = -3 \\ 3 \ln x + 2 \ln y = 2 \end{cases} \xrightarrow{\alpha = \ln x, \beta = \ln y} \begin{cases} 2\alpha - 3\beta = -3 \\ 3\alpha + 2\beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha = 0, \beta = 1$$

Οπότε : $\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = e \end{cases}$

29.13 5)

Κατ' αρχήν πρέπει $\begin{cases} x^3 > 0, & y^2 > 0 \\ x^4 > 0, & y^5 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ και } y > 0$

Με τον περιορισμό αυτόν έχουμε :

$$\begin{cases} \log x^3 - \log y^2 = 4 \\ \log x^4 + \log y^5 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\log x - 2\log y = 4 \\ 4\log x + 5\log y = 13 \end{cases} \xRightarrow{\alpha=\log x} \begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 4 \\ 4\alpha + 5\beta = 13 \end{cases} \xRightarrow{\beta=\log y}$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\text{Οπότε : } \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log x = 2 \\ \log y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 1 \end{cases}$$