

27.3 1)

α) Πρέπει $\frac{2-\alpha}{\alpha+2} > 0 \Leftrightarrow (2-\alpha)(\alpha+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < \alpha < 2$

β) Πρέπει $\frac{2-\alpha}{\alpha+2} > 1$. Έτσι έχουμε

$$\frac{2-\alpha}{\alpha+2} > 1 \Leftrightarrow \frac{2-\alpha}{\alpha+2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\alpha-\alpha-2}{\alpha+2} > 0 \Leftrightarrow \frac{-2\alpha}{\alpha+2} > 0 \Leftrightarrow -2\alpha(\alpha+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < \alpha < 0$$

γ) Πρέπει $0 < \frac{2-\alpha}{\alpha+2} < 1$. Δηλαδή πρέπει $\frac{2-\alpha}{\alpha+2} > 0$ και $\frac{2-\alpha}{\alpha+2} < 1$. Όμως

$$\frac{2-\alpha}{\alpha+2} > 0 \Leftrightarrow (2-\alpha)(\alpha+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < \alpha < 2 \quad (1)$$

και

$$\frac{2-\alpha}{\alpha+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{2-\alpha}{\alpha+2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2-\alpha-\alpha-2}{\alpha+2} < 0 \Leftrightarrow \frac{-2\alpha}{\alpha+2} < 0 \Leftrightarrow -2\alpha(\alpha+2) < 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \alpha < -2 \text{ ή } \alpha > 0 \quad (2)$$

Οι ανισώσεις (1) και (2) συναληθεύουν για $0 < \alpha < 2$

27.3 2)

α) Πρέπει $3\alpha^2 + 4\alpha + 1 > 0$

$$\Delta = 4 \quad \alpha_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{6} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -1 \\ \alpha_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

α	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$3\alpha^2+4\alpha+1$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+

$$\text{Άρα } \alpha \in (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

β) Πρέπει $3\alpha^2 + 4\alpha + 1 > 1 \Rightarrow 3\alpha^2 + 4\alpha > 0 \Rightarrow \alpha(3\alpha + 4) > 0$

α	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	$+\infty$	
$3\alpha^2+4\alpha$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+

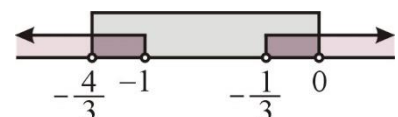
$$\text{Άρα } \alpha \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (0, +\infty)$$

γ) Πρέπει $0 < 3\alpha^2 + 4\alpha + 1 < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 + 4\alpha + 1 > 0 \quad \text{και} \quad 3\alpha^2 + 4\alpha + 1 < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \in (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \quad \text{και} \quad \alpha \in \left(-\frac{4}{3}, 0\right)$$

$$\Rightarrow \alpha \in \left(-\frac{4}{3}, -1\right) \cup \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$



27.3 3)

α) Πρέπει $-3\alpha^2 + 2\alpha + 1 > 0$

$$\Delta = 16 \quad \alpha_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-6} \begin{matrix} \nearrow \alpha_1 = 1 \\ \searrow \alpha_2 = -\frac{1}{3} \end{matrix}$$

α	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		1	$+\infty$
$-3\alpha^2+2\alpha+1$	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-

Άρα $\alpha \in \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$

β) Πρέπει $-3\alpha^2 + 2\alpha + 1 > 1 \Rightarrow -3\alpha^2 + 2\alpha > 0$

Θα βρούμε τις ρίζες του τριωνύμου $-3\alpha^2 + 2\alpha$ Είναι

$$-3\alpha^2 + 2\alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha(-3\alpha + 2) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \alpha = \frac{2}{3}$$

α	$-\infty$	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	
$-3\alpha^2+2\alpha$	$-$	$\emptyset$	$+$	$\emptyset$	$-$

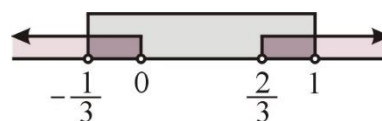
Άρα $\alpha \in \left(0, \frac{2}{3}\right)$

γ) Πρέπει $0 < -3\alpha^2 + 2\alpha + 1 < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 < -3\alpha^2 + 2\alpha + 1 \quad \text{και} \quad -3\alpha^2 + 2\alpha + 1 < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} < \alpha < 1 \quad \text{και} \quad (\alpha < 0 \text{ ή } \alpha > \frac{2}{3})$$

$$-\frac{1}{3} < \alpha < 0 \text{ ή } \frac{2}{3} < \alpha < 1$$



27.3 4)

α) Πρέπει $\alpha + 1 \neq 0$ και $\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} > 0 \Leftrightarrow (\alpha - 1)(\alpha + 1) > 0$

α	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$\alpha + 3$		-	$\emptyset$	+	
$\alpha - 3$		-		-	$\emptyset$
Γινόμενο		+	$\emptyset$	-	$\emptyset$

Άρα $\alpha \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

β) Πρέπει $\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} > 1 \Rightarrow \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{\alpha - 1 - \alpha - 1}{\alpha + 1} > 0 \Rightarrow$

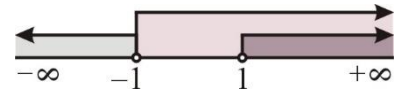
$$\Rightarrow \frac{-2}{\alpha + 1} > 0 \Rightarrow \frac{2}{\alpha + 1} < 0 \Rightarrow \alpha < -1$$

γ) Πρέπει $0 < \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\alpha-1}{\alpha+1} > 0 \quad \text{και} \quad \frac{\alpha-1}{\alpha+1} < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad \text{και} \quad \alpha \in (-1, +\infty)$$

$$\Rightarrow \alpha > 1$$



27.3 5)

α) Πρέπει $\alpha+3 \neq 0$ και $\frac{1-\alpha}{\alpha+3} > 0$.

Επομένως έχουμε τον παρακάτω πίνακα

α	$-\infty$	-3		1	$+\infty$
$\alpha+3$	-	$\emptyset$	+		+
$1-\alpha$	+		+	$\emptyset$	-
Πηλίκο	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-

Άρα $\alpha \in (-3, 1)$

β) Πρέπει $\alpha+3 \neq 0$ και $\frac{1-\alpha}{\alpha+3} > 1 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha+3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{1-\alpha-\alpha-3}{\alpha+3} > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{-2\alpha-2}{\alpha+3} > 0 \Rightarrow \frac{-2(\alpha+1)}{\alpha+3} > 0 \Rightarrow \frac{\alpha+1}{\alpha+3} < 0$$

Επομένως έχουμε τον παρακάτω πίνακα

α	$-\infty$	-3		-1	$+\infty$
$\alpha+3$	-	$\emptyset$	+		+
$\alpha+1$	-		-	$\emptyset$	+
Πηλίκο	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+

Άρα $\alpha \in (-3, -1)$

γ) πρέπει $\alpha+3 \neq 0$ και $0 < \frac{1-\alpha}{\alpha+3} < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha+3} > 0 \quad \text{και} \quad \frac{1-\alpha}{\alpha+3} < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \in (-3, 1) \quad \text{και} \quad \alpha \in (-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$$

$$\Rightarrow \alpha \in (-1, 1)$$

