

27.12 1)

$$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 675 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 3^y \cdot 5^y = 675 \\ x = 1 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15^y = 15^2 \\ x = 1 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

27.12 2)

$$\begin{cases} 5^x \cdot 3^y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^{y+1} \cdot 3^y = 5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \cdot 15^y = 5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15^y = 1 \\ x = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

27.12 3)

$$\begin{cases} x^y = y^x \\ x = y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y^2)^y = y^x \\ x = y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^{2y} = y^x \\ x = y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = x \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y^2 = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y(y-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y = 0 \text{ ή } y = 2 \end{cases}$$

Για $y = 0$, $x = 0$

Για $y = 2$, $x = 2^2 = 4$ (4 , 2) δεκτή

27.12 4)

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{5-x} = 12 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x + \frac{2^5}{2^x} = 12 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\stackrel{2^x \neq 0}{\Rightarrow} \begin{cases} \omega + \frac{32}{\omega} = 12 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega^2 + 32 = 12\omega \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega^2 - 12\omega + 32 = 0 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Delta = 16 \quad \omega_{1,2} = \frac{12 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow \omega_1 = 8 \\ \searrow \omega_2 = 4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 8 \text{ ή } \omega = 4 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 8 \text{ ή } 2^x = 4 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ ή } x = 2 \\ y = 2 \text{ ή } y = 3 \end{cases}$$