

# Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

## 27.10 1)

$$\begin{cases} 3 \cdot 5^x - 2^{y+1} = 59 \\ 5^{x+1} + 2^y = 133 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 5^x - 2 \cdot 2^y = 59 \\ 5 \cdot 5^x + 2^y = 133 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 59 \\ 5\alpha + \beta = 133 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 59 \\ \beta = 133 - 5\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - 266 + 10\alpha = 59 \\ \beta = 133 - 5\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13\alpha = 325 \\ \beta = 133 - 5\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 25 \\ \beta = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x = 25 \\ 2^y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x = 5^2 \\ 2^y = 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

## 27.10 2)

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 5^y + 13 = 0 \\ 2^x + 2 \cdot 5^y = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - \beta + 13 = 0 \\ \alpha + 2\beta = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 3\alpha + 13 \\ \alpha + 6\alpha + 26 = 54 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 3\alpha + 13 \\ 7\alpha = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 25 \\ \alpha = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^y = 25 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

## 27.10 3)

$$\begin{cases} 4 \cdot 3^x - 3 \cdot 7^y = 15 \\ 3^x + 5 \cdot 7^y = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 3\beta = 15 \\ \alpha + 5\beta = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 3\beta = 15 \\ \alpha = 44 - 5\beta \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4(44 - 5\beta) - 3\beta = 15 \\ \alpha = 44 - 5\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 176 - 23\beta = 15 \\ \alpha = 44 - 5\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 23\beta = 161 \\ \alpha = 44 - 5\beta \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 7 \\ \alpha = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7^y = 7 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

## 27.10 4)

$$\begin{cases} 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 6^y = 14 \\ 4^x + 6^y = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - 3\beta = 14 \\ \alpha + \beta = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 44 - 2\beta - 3\beta = 14 \\ \alpha = 22 - \beta \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\beta = 30 \\ \alpha = 22 - \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 6 \\ \alpha = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6^y = 6 \\ 4^x = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

## 27.10 5)

$$\begin{cases} 3^{x+1} + 5^y = 106 \\ 3^x + 5^{y+1} = 152 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 3^x + 5^y = 106 \\ 3^x + 5 \cdot 5^y = 152 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha + \beta = 106 \\ \alpha + 5\beta = 152 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 106 - 3\alpha \\ \alpha + 5(106 - 3\alpha) = 152 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 106 - 3\alpha \\ \alpha + 530 - 15\alpha = 152 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 106 - 3\alpha \\ 14\alpha = 378 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 25 \\ \alpha = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^y = 25 \\ 3^x = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^y = 5^2 \\ 3^x = 3^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

### 27.10 6)

$$\begin{cases} 5^x - 4^{y+1} = 9 \\ 5^{x-1} + 4^{y+2} = 69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x - 4 \cdot 4^y = 9 \\ \frac{5^x}{5} + 16 \cdot 4^y = 69 \end{cases} \stackrel{5^x = \alpha, 4^y = \beta}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha - 4\beta = 9 \\ \frac{\alpha}{5} + 16\beta = 69 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 4\beta = 9 \\ \alpha + 80\beta = 345 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 + 4\beta = \alpha \\ 9 + 4\beta + 80\beta = 345 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 9 + 4\beta \\ 84\beta = 336 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 25 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x = 25 \\ 4^y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x = 5^2 \\ 4^y = 4^1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

### 27.10 7)

$$\begin{cases} 3^x - 2^{y+3} = 49 \\ 2^y - 3^{x-3} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x - 8 \cdot 2^y = 49 \\ 2^y - \frac{3^x}{27} = 1 \end{cases} \stackrel{3^x = \alpha, 2^y = \beta}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha - 8\beta = 49 \\ \beta - \frac{\alpha}{27} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 8\beta = 49 \\ 27\beta - \alpha = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 49 + 8\beta \\ 27\beta - 49 - 8\beta = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 49 + 8\beta \\ 19\beta = 76 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 81 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 81 \\ 2^y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 3^4 \\ 2^y = 2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$