

24.6

Το $P(x)$ είναι 2^{ου} βαθμού, άρα έστω $P(x) = ax^2 + bx + \gamma$

$$\text{ισχύει : } P(0) = -3 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + \gamma = -3 \Rightarrow \gamma = -3$$

$$\text{άρα } P(x) = ax^2 + bx - 3$$

$$\text{επίσης ισχύει : } P(x+1) - P(x) = 2x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(x+1)^2 + b(x+1) - 3 - (ax^2 + bx - 3) = 2x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(x^2 + 2x + 1) + bx + b - ax^2 - bx = 2x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ax^2 + 2ax + a + bx + b - ax^2 - bx = 2x + 2$$

$$\Rightarrow 2ax + a + b = 2x + 2 \xrightarrow{\text{ισότητα πολυωνύμων}} \begin{cases} 2a = 2 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Άρα το ζητούμενο πολώνυμο είναι το $P(x) = x^2 + x - 3$