

24.4

Θέτω $x^2 = \omega$ και η ανίσωση γράφεται :

$$4\omega^3 - 5\omega^2 - 17\omega + 18 > 0$$

Παραγοντοποίηση : η $\omega = 1$ είναι ρίζα αφού $4 \cdot 1^3 - 5 \cdot 1^2 - 17 \cdot 1 + 18 = -18 + 18 = 0$

Σχήμα Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & -5 & -17 & 18 \\ & & 4 & -1 & -18 \\ \hline & 4 & -1 & -18 & 0 \end{array}$$

Άρα: $4\omega^3 - 5\omega^2 - 17\omega + 18 = (\omega - 1)(4\omega^2 - \omega - 18)$ $\Delta = 289$, $\omega_{1,2} = \frac{1 \pm 17}{8} \left\langle \begin{array}{l} \frac{9}{4} \\ -2 \end{array} \right.$

$\Delta = 289$, $\omega_{1,2} = \frac{1 \pm 17}{8} \Rightarrow \begin{array}{l} \nearrow \omega_1 = \frac{9}{4} \\ \searrow \omega_2 = -2 \end{array}$

Άρα: $4\omega^3 - 5\omega^2 - 17\omega + 18 = 4(\omega - 1)\left(\omega - \frac{9}{4}\right)(\omega + 2)$

Πίνακας προσήμων :

ω	$-\infty$	-2	1	$\frac{9}{4}$	$+\infty$
$\omega - 1$	-		-		+
$4\omega^2 - \omega - 18$	+		-		+
$P(\omega)$	-		+		+

Άρα: $4\omega^3 - 5\omega^2 + 17\omega + 18 > 0$ για $\omega \in (-2, 1) \cup \left(\frac{9}{4}, \infty\right)$

Οπότε πρέπει : $-2 < x^2 < 1$ ή $\frac{9}{4} < x^2$

$\Rightarrow x^2 < 1$ ή $x^2 - \frac{9}{4} > 0$

$\Rightarrow (x-1)(x+1) < 0$ ή $\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) > 0$

$x \in (-1, 1)$ ή $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Άρα η ανίσωση αληθεύει για $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (-1, 1) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$