

23.4 1)

Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x+1)^2$, άρα το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι 0, και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πηλίκου $\pi(x)$ με το $x+1$, είναι επίσης 0.

(όπου $\pi(x)$ είναι το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$)

Οπότε αρχικά κάνουμε σχήμα Horner για την διαίρεση $P(x):(x+1)^{v-1}$

$$\begin{array}{ccccccc|c}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha & \beta & 1 \\
 & 1 & 1 & & & 1 & \alpha+1 & \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & \alpha+1 & \alpha+1+\beta &
 \end{array}$$

$\swarrow v-1$ μηδενικά

$$\text{πρέπει: } \alpha+1+\beta=0 \quad (1)$$

Ακόμη από το παραπάνω σχήμα Horner προκύπτει ότι:

$$P(x) = (x-1)(x^v + x^{v-1} + \cdots + x + (\alpha+1)) + \alpha+1+\beta$$

Όμως θα πρέπει και το $\pi(x) = x^v + x^{v-1} + \cdots + x + \alpha+1$ να έχει ρίζα το 1, οπότε

$$\pi(1) = 0 \Rightarrow 1+1+\cdots+1+\alpha+1=0 \Rightarrow 1+(v-1)+\alpha+1=0 \Rightarrow \alpha = -v-1$$

$$\text{Τέλος } (1) \Rightarrow \beta = -\alpha-1 \Rightarrow \beta = v$$

23.4 2)

Σχήμα Horner: $v-1$ μηδενικά

$$\begin{array}{ccccccc|c}
 \alpha & \beta & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \\
 & \alpha & \alpha+\beta & \alpha+\beta & & & \alpha+\beta & \\
 \hline
 \alpha & \alpha+\beta & \alpha+\beta & \alpha+\beta & \cdots & \alpha+\beta & \alpha+1+\beta &
 \end{array}$$

$$\text{πρέπει: } \alpha+\beta+1=0 \Rightarrow \boxed{\alpha+\beta=-1} \quad (1)$$

$$P(x) = (x-1)(\alpha x^v + (\alpha+\beta)x^{v-1} + \cdots + \alpha+\beta) = (x-1)\pi(x)$$

$$\begin{aligned}
 \text{πρέπει: } \pi(1) &= 0 \Rightarrow \alpha + (\alpha+\beta) + (\alpha+\beta) + \cdots + (\alpha+\beta) = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \alpha + (\alpha+\beta) + (v-1)(\alpha+\beta) = 0 \Rightarrow \alpha + v(\alpha+\beta) = 0 \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \alpha - v = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = v}$$

$$\text{και στην } (1): \beta = -1 - \alpha \Rightarrow \boxed{\beta = -1 - v}$$