

22.3 1)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-4)(x^2-x-2)$. Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι

Το $x-4$ μηδενίζεται όταν $x=4$, είναι αρνητικό όταν $x < 4$ και θετικό όταν $x > 4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
x-4	-	0	+

Το x^2-x-2 έχει $\Delta=1+8=9$ και ρίζες

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \text{ και}$$

$$x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
x^2-x-2	+	0	-	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με την βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
x-4	-	-	-	0	+
x^2-x-2	+	0	-	0	+
P(x)	-	0	+	0	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \geq 0$ ισχύει όταν $x \in [-1, 2] \cup [4, +\infty)$

22.3 2)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-1)(x+5)(4-x)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x-1$ μηδενίζεται όταν $x=1$, είναι αρνητικό για $x < 1$ και θετικό για $x > 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
x-1	-	0	+

Το $x+5$ μηδενίζεται όταν $x=-5$, είναι θετικό για $x > -5$ και αρνητικό για $x < -5$

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
x+5	-	0	+

Το $4-x$ μηδενίζεται όταν $x=4$, είναι αρνητικό για $x > 4$ και θετικό για $x < 4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
4-x	+	0	-

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-5	1	4	$+\infty$
x-1	-	-	0	+	+
x+5	-	0	+	+	+
4-x	+	+	+	0	-
P(x)	+	0	-	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) > 0$ ισχύει όταν $x \in (-\infty, -5) \cup (1, 4)$

22.3 3)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (2x-10)(3-x)(x+2)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $2x-10$ μηδενίζεται όταν $x=5$, είναι αρνητικό για $x < 5$ και θετικό για $x > 5$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$2x-10$	-	0	+

Το $3-x$ μηδενίζεται όταν $x=3$, είναι αρνητικό για $x > 3$ και θετικό για $x < 3$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$3-x$	+	0	-

Το $x+2$ μηδενίζεται όταν $x=-2$, είναι αρνητικό για $x < -2$ και θετικό για $x > -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-2	3	5	$+\infty$		
2x-10	-		-		+		
x+2	-	0	+	+	+		
3-x	+		0	-	-		
P(x)	+	0	-	0	+	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \leq 0$ ισχύει όταν $x \in [-2, 3] \cup [5, +\infty)$

22.3 4)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-1)(x+1)(x+2)(3x-1)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x-1$ μηδενίζεται όταν $x=1$, είναι αρνητικό για $x < 1$ και θετικό για $x > 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+

Το $x+1$ μηδενίζεται όταν $x=-1$, είναι αρνητικό για $x < -1$ και θετικό για $x > -1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	-	0	+

Το $x+2$ μηδενίζεται όταν $x=-2$, είναι αρνητικό για $x < -2$ και θετικό για $x > -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+

Το $3x-1$ μηδενίζεται όταν $x=\frac{1}{3}$, είναι αρνητικό για $x < \frac{1}{3}$ και θετικό για $x > \frac{1}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x-1$	-	0	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	0	+	+	+
$x+1$	+	+	0	+	0	-
$x+2$	+	0	+	+	0	-
$3x-1$	-	0	+	+	+	+
$P(x)$	+	0	-	0	-	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \leq 0$ ισχύει όταν $x \in [-2, -1] \cup \left[\frac{1}{3}, 1\right]$

22.3 5)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-2)(x^2-4x-5)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x-2$ μηδενίζεται όταν $x=2$, είναι αρνητικό για $x < 2$ και θετικό για $x > 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+

Το x^2-4x-5 έχει $\Delta=36$ και ρίζες $x_1=-1$ και $x_2=5$

x	$-\infty$	-1		5	$+\infty$
x^2-4x-5	+	0	-	0	+

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-1		2		5	$+\infty$
$x-2$	-		-	0	+		+
x^2-4x-5	+	0	-		-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \geq 0$ ισχύει όταν $x \in [-1, 2] \cup [5, +\infty)$

22.3 6)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x+2)(-x^2-3x+4)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x+2$ μηδενίζεται όταν $x=-2$, είναι αρνητικό για $x < -2$ και θετικό για $x > -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+

Το $-x^2-3x+4$ έχει $\Delta=25$ και ρίζες $x_1=-4$ και $x_2=1$

x	$-\infty$	-4		1	$+\infty$
$-x^2-3x+4$	-	0	+	0	-

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-4		-2		1	$+\infty$
$x+2$	-		-	0	+		+
$-x^2-3x+4$	-	0	+		+	0	-
$P(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \leq 0$ ισχύει όταν $x \in [-4, -2] \cup [1, +\infty)$

22.3 7)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x^2-3x+2)(x^2+5x+6)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το x^2-3x+2 έχει $\Delta=1$ και ρίζες $x_1=1$ και $x_2=2$

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
x^2-3x+2	+	0	-	0	+

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Το x^2+5x+6 έχει $\Delta=1$ και ρίζες $x_1=-2$ και $x_2=-3$

x	$-\infty$	-3		-2	$+\infty$
x^2+5x+6	+	0	-	0	+

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Το πρόσημο του
γινομένου $P(x)$ βρίσκεται
με τη βοήθεια του
διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$			
x^2-3x+2	+	0	-	0	+	+			
x^2+5x+6	+		+	+	0	-	0	+	
P(x)	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) > 0$ ισχύει όταν

$$x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 1) \cup (2, +\infty)$$

22.3 8)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (2-x-x^2)(x^2+2x+1)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $2-x-x^2 = -x^2-x+2$ έχει

$\Delta = 9$ και ρίζες $x_1 = 1$ και $x_2 = -2$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$-x^2-x+2$	-	0	+	0	-

Το $x^2+2x+1 = (x+1)^2$ μηδενίζεται για $x = -1$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+	0	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$

βρίσκεται με τη βοήθεια του διπλανού
πίνακα

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$		
$-x^2-x+2$	-	0	+	+	0	-	
x^2+2x+1	+	+	0	+	+	+	
P(x)	-	0	+	0	+	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \leq 0$ ισχύει όταν

$$x \in (-\infty, -2] \cup \{-1\} \cup [1, +\infty)$$

22.3 9)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (2-x)(x^2-x+1)(2x^2+3x-5)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $2-x$ μηδενίζεται όταν $x = 2$, είναι
θετικό όταν $x < 2$ και αρνητικό όταν $x > 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2-x$	+	0	-

Το x^2-x+1 έχει $\Delta < 0$,

άρα δεν έχει ρίζες και είναι πάντα θετικό

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2-x+1	+	+

Το $2x^2+3x-5$ έχει $\Delta = 49$

και ρίζες $x_1 = 1$ και $x_2 = -\frac{5}{2}$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	$+\infty$	
$2x^2+3x-5$	+	0	-	0	+

Το πρόσημο του γινομένου
 $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια
 του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	1	2	$+\infty$		
$2-x$	+		+	0	-		
$2x^2+3x-5$	+	0	-	0	+		
x^2-x+1	+		+	+	+		
P(x)	+	0	-	0	+	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) < 0$ ισχύει όταν $x \in \left(-\frac{5}{2}, 1\right) \cup (2, +\infty)$

22.3 10)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-1)(x^2+x-6)(2x^2+x+1)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x-1$ μηδενίζεται όταν $x=1$, είναι
 αρνητικό όταν $x < 1$ και θετικό όταν $x > 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+

Το x^2+x-6 έχει $\Delta=25$, και
 ρίζες $x_1=2$ και $x_2=-3$

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
x^2+x-6	+	0	-	0	+

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Το $2x^2+x+1$ έχει $\Delta < 0$ άρα δεν έχει
 ρίζες και είναι πάντα θετικό

x	$-\infty$	$+\infty$
$2x^2+x+1$	+	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$
 βρίσκεται με τη βοήθεια του
 διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$		
$x-1$	-	0	-	0	+	+	
x^2+x-6	+	0	-	0	-	+	
$2x^2+x+1$	+	+	+	+	+	+	
P(x)	-	0	+	0	-	0	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \leq 0$ ισχύει όταν $x \in (-\infty, -3] \cup [1, 2]$

22.3 11)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x^2+1)(x-2)(x+2)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το x^2+1 είναι πάντα θετικό

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2+1	+	+

Το $x-2$ μηδενίζεται για $x=2$, είναι
 θετικό για $x > 2$ και αρνητικό για
 $x < 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+

Το $x+2$ μηδενίζεται όταν $x=-2$,
 είναι θετικό όταν $x > -2$ και αρνητικό
 όταν $x < -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$
βρίσκεται με τη βοήθεια του
διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
x^2+1	+	+	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$x+2$	-	0	+	+
$P(x)$	+	0	-	+

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) \geq 0$ ισχύει όταν
 $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

22.3 12)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (x-1)(x^2+2)(x^2-9)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $x-1$ μηδενίζεται όταν $x=1$, είναι
αρνητικό όταν $x < 1$ και θετικό όταν
 $x > 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+

Το x^2+2 είναι πάντα θετικό

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2+2	+	+

Το x^2-9 έχει ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 3$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
x^2-9	+	0	-	0	+

Το πρόσημο του γινομένου
 $P(x)$ βρίσκεται με τη βοήθεια
του διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$-$	0	$+$
x^2+2	$+$	0	$+$	$+$	0
x^2-9	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) > 0$ ισχύει όταν $x \in (-3, 1) \cup (3, +\infty)$

22.3 13)

Αρχικά θα βρούμε τα πρόσημα του $P(x) = (1-x)(3x^2+5)(x^2+x-12)(x^2-2x+1)$

Ξεκινάμε να βρούμε τα πρόσημα της κάθε παρένθεσης ξεχωριστά. Έτσι :

Το $1-x$ μηδενίζεται όταν $x=1$, είναι
θετικό όταν $x < 1$ και αρνητικό όταν
 $x > 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$1-x$	+	0	-

Το $3x^2+5$ είναι πάντα θετικό

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2+5$	+	+

Το x^2+x-12 έχει $\Delta = 49$ και ρίζες
 $x_1 = -4$ και $x_2 = 3$

Τα πρόσημα του φαίνονται στον διπλανό πίνακα

X	$-\infty$	-4	3	$+\infty$	
x^2+x-12	+	0	-	0	+

Το $x^2-2x+1 = (x-1)^2$ μηδενίζεται όταν
 $x=1$ και είναι θετικό όταν $x \neq 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
x^2-2x+1	+	0	+

Το πρόσημο του γινομένου $P(x)$
βρίσκεται με τη βοήθεια του
διπλανού πίνακα

x	$-\infty$	-4		1		3	$+\infty$
$1-x$	+		+	0	-		-
$3x^2+5$	+		+		+		+
x^2+x-12	+	0	-		-	0	-
x^2-2x+1	+		+	0	+		+
P(x)	+	0	-	0	+	0	-

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι η ανίσωση $P(x) < 0$ ισχύει όταν $x \in (-4, 1) \cup (3, +\infty)$