

21.6 1)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 6: ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 6

Παρατηρούμε ότι η $x = -1$ ρίζα, αφού :

$$2(-1)^4 - 7(-1)^3 - 2(-1)^2 + 13(-1) + 6 = 2 + 7 - 2 - 13 + 6 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & -7 & -2 & 13 & 6 & \\ & -2 & 9 & -7 & -6 & \\ \hline 2 & -9 & 7 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x + 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(2x^3 - 9x^2 + 7x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -1} \quad \text{ή} \quad 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 = 0$$

Για το $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$, πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 6: ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 6

Παρατηρούμε ότι η $x = 2$ ρίζα, αφού :

$$2 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + 6 = 16 - 36 + 14 + 6 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -9 & 7 & 6 & \\ & 4 & -10 & -6 & \\ \hline 2 & -5 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(2x^2 - 5x - 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2} \quad \text{ή} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \Delta = 49, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{array}{l} \nearrow x_1 = -\frac{1}{2} \\ \searrow x_2 = 3 \end{array}$$

21.6 2)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 5: ± 1 , ± 5

Παρατηρούμε ότι η $x = 1$ ρίζα, αφού :

$$3 \cdot 1^4 - 14 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 14 \cdot 1 + 5 = 3 - 14 - 8 + 14 + 5 = -5 + 5 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & -14 & -8 & 14 & 5 & \\ & 3 & -11 & -19 & -5 & \\ \hline 3 & -11 & -19 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^4 - 14x^3 - 8x^2 + 14x + 5 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x^3 - 11x^2 - 19x - 5) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 1} \quad \text{ή} \quad 3x^3 - 11x^2 - 19x - 5 = 0$$

Για το $3x^3 - 11x^2 - 19x - 5$, πιθανές ρίζες οι ± 1 , ± 5 ,

Παρατηρούμε ότι η $x = -1$ ρίζα, αφού :

$$3(-1)^3 - 11(-1)^2 - 19(-1) - 5 = -3 - 11 + 19 - 5 = -19 + 19 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 3 & -11 & -19 & -5 & -1 \\ & -3 & 14 & 5 & \\ \hline 3 & -14 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - 11x^2 - 19x - 5 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x^2 - 14x - 5) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -1} \quad \text{ή} \quad 3x^2 - 14x - 5 = 0 \quad \Delta = 256, \quad x_{1,2} = \frac{14 \pm 16}{6} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{array}$$

21.6 3)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -18 : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

Παρατηρούμε ότι η $x = 2$ ρίζα, αφού :

$$2 \cdot 2^4 - 15 \cdot 2^3 + 34 \cdot 2^2 - 15 \cdot 2 - 18 = 32 - 120 + 136 - 30 - 18 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 2 & -15 & 34 & -15 & -18 & 2 \\ & 4 & -22 & 24 & 18 & \\ \hline 2 & -11 & 12 & 9 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^4 - 15x^3 + 34x^2 - 15x - 18 = 0 \Rightarrow (x-2)(2x^3 - 11x^2 + 12x + 9) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2} \quad \text{ή} \quad 2x^3 - 11x^2 + 12x + 9 = 0$$

Για το $2x^3 - 11x^2 + 12x + 9$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 5, \pm 9$

Παρατηρούμε ότι η $x = 3$ ρίζα, αφού :

$$2 \cdot 3^3 - 11 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 + 9 = 54 - 99 + 36 + 9 = 99 - 99 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 2 & -11 & 12 & 9 & 3 \\ & 6 & -15 & -9 & \\ \hline 2 & -5 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^3 - 11x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)(2x^2 - 5x - 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 3} \quad \text{ή} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \Delta = 25 + 24 = 49, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{array}$$

21.6 4)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -9 : $\pm 1, \pm 3, \pm 9$

Παρατηρούμε ότι η $x = 1$ ρίζα, αφού :

$$1^4 - 4 \cdot 1^3 + 12 \cdot 1 - 9 = 1 - 4 + 12 - 9 = -3 + 3 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -4 & 0 & 12 & -9 & 1 \\ & 1 & -3 & -3 & 9 & \\ \hline 1 & -3 & -3 & 9 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^4 - 4x^3 + 12x - 9 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^3 - 3x^2 - 3x + 9) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$$

Για το $x^3 - 3x^2 - 3x + 9$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 3, \pm 9$

Παρατηρούμε ότι η $x=3$ ρίζα, αφού :

$$3^3 - 3 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 9 = 27 - 27 - 9 + 9 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -3 & -3 & 9 & \\ \hline & 3 & 0 & -9 & \\ \hline 1 & 0 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{x=3}, \text{ ή } \boxed{x=\sqrt{3}}, \text{ ή } \boxed{x=-\sqrt{3}}$$

21.6 5)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 1: ± 1

Παρατηρούμε ότι η $x=1$ ρίζα, αφού :

$$3 \cdot 1^4 - 4 \cdot 1^3 + 1 = 3 - 4 + 1 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & -4 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline & 3 & -1 & -1 & -1 & \\ \hline 3 & -1 & -1 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^4 - 4x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x^3 - x^2 - x - 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad 3x^3 - x^2 - x - 1 = 0$$

Για το $3x^3 - x^2 - x - 1$, πιθανές ρίζες οι ± 1

Παρατηρούμε ότι η $x=1$ ρίζα, αφού :

$$3 \cdot 1^3 - 1^2 - 1 - 1 = 3 - 3 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -1 & -1 & -1 & \\ \hline & 3 & 2 & 1 & \\ \hline 3 & 2 & 1 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad 3x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \text{αδύνατο αφού } \Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 < 0$$

διπλή ρίζα

21.6 6)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -4 : $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Παρατηρούμε ότι η $x=1$ ρίζα, αφού :

$$1^4 - 3 \cdot 1^3 + 6 - 4 = -2 + 2 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrrr|l} 1 & -3 & 0 & 6 & -4 & 1 \\ & 1 & -2 & -2 & 4 & \\ \hline 1 & -2 & -2 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^4 - 3x^3 + 6x - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^3 - 2x^2 - 2x + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$$

Για το $x^3 - 2x^2 - 2x + 4$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Παρατηρούμε ότι η $x=2$ ρίζα, αφού :

$$2^3 - 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 4 = 8 - 8 - 4 + 4 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -2 & -2 & 4 & 2 \\ & 2 & 0 & -4 & \\ \hline 1 & 0 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow \boxed{x=2}, \text{ ή } \boxed{x=\sqrt{2}}, \text{ ή } \boxed{x=-\sqrt{2}}$$

21.6 7)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 4: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Παρατηρούμε ότι η $x=-1$ ρίζα, αφού :

$$6(-1)^4 - 5(-1)^3 - 15(-1)^2 + 4 = 6 + 5 - 15 + 4 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrrr|l} 6 & -5 & -15 & 0 & 4 & -1 \\ & -6 & 11 & 4 & -4 & \\ \hline 6 & -11 & -4 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 6x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(6x^3 - 11x^2 - 4x + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-1} \quad \text{ή} \quad 6x^3 - 11x^2 - 4x + 4 = 0$$

Για το $6x^3 - 11x^2 - 4x + 4$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Παρατηρούμε ότι η $x=2$ ρίζα, αφού :

$$6 \cdot 2^3 - 11 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 48 - 44 - 8 + 4 = 48 - 48 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{rrrr|l} 6 & -11 & -4 & 4 & 2 \\ & 12 & 2 & -4 & \\ \hline 6 & 1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 6x^3 - 11x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(6x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=2} \quad \text{ή} \quad 6x^2 + x - 2 = 0 \quad \Delta = 49, \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

21.6 8)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -6 : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x=1$ ρίζα, αφού :

$$3 \cdot 1^5 - 4 \cdot 1^4 - 20 \cdot 1^3 + 10 \cdot 1^2 + 17 \cdot 1 - 6 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 3 & -4 & -20 & 10 & 17 & -6 & 1 \\ & 3 & -1 & -21 & -11 & 6 & \\ \hline 3 & -1 & -21 & -11 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^5 - 4x^4 - 20x^3 + 10x^2 + 17x - 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad 3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6 = 0$$

Για το $3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x=2$ ρίζα, αφού :

$$3(-1)^4 - (-1)^3 - 21(-1)^2 - 11(-1) + 6 = 3 + 1 - 21 + 11 + 6 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 3 & -1 & -21 & -11 & 6 & -1 \\ & -3 & 4 & 17 & -6 & \\ \hline 3 & -4 & -17 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x^3 - 4x^2 - 17x - 2) + 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-1} \quad \text{ή} \quad 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0$$

Για το $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$, πιθανές ρίζες οι $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x=-2$ ρίζα, αφού :

$$3(-2)^3 - 4(-2)^2 - 17(-2) + 6 = -24 - 16 + 34 + 6 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -4 & -17 & 6 & -2 \\ & -6 & 20 & -6 & \\ \hline 3 & -10 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(3x^2 - 10x + 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-2} \quad \text{ή} \quad 3x^2 - 10x + 3 = 0 \quad \Delta = 100 - 36 = 64, \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm 8}{12} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$