

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

21.5 1)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -12 : ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 4 , ± 6 , ± 12

Παρατηρούμε ότι η $x = 2$ ρίζα, αφού: $2^3 + 2^2 - 12 = 8 + 4 - 12 = 0$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -12 & 2 \\ & & 2 & 6 & 12 \\ \hline 1 & 3 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^3 + x^2 - 12 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x^2 + 3x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2} \quad \text{ή} \quad x^2 + 3x + 6 = 0 \quad \text{αδύνατη αφού } \Delta = 9 - 24 < 0$$

21.5 2)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 6 : ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 6

Παρατηρούμε ότι η $x = -1$ ρίζα, αφού: $(-1)^3 + 2(-1)^2 + 7(-1) + 6 = -1 + 2 - 7 + 6 = -6 + 6 = 0$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & 7 & 6 \\ & & -1 & -1 & -6 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^3 + 2x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 + x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -1} \quad \text{ή} \quad x^2 + x + 6 = 0 \quad \text{αδύνατη αφού } \Delta = 1^2 - 24 < 0$$

21.5 3)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -8 : ± 1 , ± 2 , ± 4 , ± 8

Παρατηρούμε ότι η $x = -1$ ρίζα, αφού:

$$(-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 = 0 \Rightarrow 1 - 1 + 10 - 8 = 0 \Rightarrow -10 + 10 = 0 \quad \text{ισχύει.}$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & -10 & -8 \\ & & -2 & 6 & 8 \\ \hline 1 & 1 & -3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\text{Άρα: } x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x^2 - 3x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -2} \quad \text{ή} \quad x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \Delta = 25, \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} \nearrow x_1 = -1 \\ \searrow x_2 = 4 \end{array}$$

21.5 4)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -3 : ± 1 , ± 3

Παρατηρούμε ότι η $x = 1$ ρίζα, αφού: $3 \cdot 1^3 - 13 \cdot 1^2 + 13 \cdot 1 - 3 = 3 - 13 + 13 - 3 = 0$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner:

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 3 & -13 & 13 & -3 \\ & & 3 & -10 & 3 \\ \hline 3 & 3 & -10 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - 13x^2 + 13x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x^2 - 10x + 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1} \quad \text{ή} \quad 3x^2 - 10x + 3 = 0 \quad \Delta = 100 - 36 = 64, \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

21.5 5)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x = -1$ ρίζα, αφού :

$$2(-1)^3 + 15(-1)^2 + 19(-1) + 6 = -2 + 15 - 19 + 6 = 13 - 13 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 15 & 19 & 6 & \\ & -2 & -13 & -6 & \\ \hline 2 & 13 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^3 + 15x^2 + 13x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(2x^2 + 13x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-1} \quad \text{ή} \quad 2x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 169 - 48 = 121, \quad x_{1,2} = \frac{-13 \pm 11}{4} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -6 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

21.5 6)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του -6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x = 3$ ρίζα, αφού : $2 \cdot 3^3 - 3^2 - 13 \cdot 3 - 6 = 54 - 9 - 39 - 6 = 54 - 54 = 0$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -1 & -13 & -6 & \\ & 6 & 15 & 6 & \\ \hline 2 & 5 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^3 - x^2 - 13x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(2x^2 + 5x + 2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=3} \quad \text{ή} \quad 2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad \Delta = 25 - 16 = 9, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -2 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

21.5 7)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 12: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

Παρατηρούμε ότι η $x = -2$ ρίζα, αφού :

$$2(-2)^3 - 9(-2)^2 - 20(-2) + 12 = 0 \Rightarrow -16 - 36 + 40 + 12 = -52 + 52 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -9 & -20 & 12 & \\ & -4 & 26 & -12 & \\ \hline 2 & -13 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 2x^3 - 9x^2 - 20x + 12 = 0 \Rightarrow (x+2)(2x^2 - 13x + 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-2} \quad \text{ή} \quad 2x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 169 - 48 = 121, \quad x_{1,2} = \frac{-13 \pm 11}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

21.5 8)

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Παρατηρούμε ότι η $x = -2$ ρίζα, αφού :

$$3(-2)^3 - 4(-2)^2 - 17(-2) + 6 = 0 \Rightarrow -24 - 16 + 34 + 6 = -40 + 40 = 0$$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -4 & -17 & 6 & \\ & -6 & 20 & -6 & \\ \hline 3 & -10 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = 0 \Rightarrow (x + 2)(3x^2 - 10x + 3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -2} \quad \text{ή} \quad 3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\Delta = 100 - 36 = 64, \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

21.5 9)

$$\frac{1}{2}x^3 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow 3x^3 - 16x^2 + 3x + 10 = 0$$

Πιθανές ρίζες οι ακέραιοι διαιρέτες του 10: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

Παρατηρούμε ότι η $x = +1$ ρίζα, αφού : $3 \cdot 1^3 - 16 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 10 = 3 - 16 + 3 + 10 = 0$

Παραγοντοποίηση με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -16 & 3 & 10 & \\ & 3 & -13 & -10 & \\ \hline 3 & -13 & -10 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα: } 3x^3 - 16x^2 + 3x + 10 = 0 \Rightarrow (x - 1)(3x^2 - 13x - 10) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 1} \quad \text{ή} \quad 3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$\Delta = 169 + 120 = 289, \quad x_{1,2} = \frac{13 \pm 17}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$