

21.21

α) Έστω u το μήκος της υποτείνουσας

$$\text{Τότε } u = x + 2 \quad (1)$$

$$\text{Ακόμα από το πυθαγόρειο θεώρημα, έχουμε } u^2 = x^2 + y^2 \quad (2)$$

Τέλος, το τρίγωνο έχει εμβαδόν 60, άρα :

$$\frac{1}{2}xy = 60 \Rightarrow xy = 120 \Rightarrow y = \frac{120}{x} \quad (3)$$

Υψώνουμε την (1) στο τετράγωνο και παίρνουμε :

$$u^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow u^2 = x^2 + 4x + 4 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} x^2 + y^2 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 = x^2 + 4x + 4 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \left(\frac{120}{x}\right)^2 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow \frac{14400}{x^2} = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow$$

$$14400 = 4x^3 + 4x^2 \Rightarrow 3600 = x^3 + x^2 \Rightarrow x^3 + x^2 - 3600 = 0$$

β) Πρέπει να βρούμε τις λύσεις της $x^3 + x^2 - 3600 = 0$

Πιθανές ρίζες είναι οι ακέραιοι διαιρέτες του 3600, που είναι και μικρότεροι του 16

Παρατηρούμε ότι το 16 είναι ρίζα.

Παραγοντοποιούμε με σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3600 & 15 \\ & 15 & 240 & 3600 & \\ \hline 1 & 16 & 240 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα : } x^3 + x^2 - 3600 = 0 \Rightarrow (x - 15)(x^2 + 16x + 240) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ ή } x^2 + 16x + 240 = 0 \quad (\Delta < 0)$$

Άρα η μία κάθετη πλευρά έχει μήκος $x = 15$

$$\text{Από την (1), έχουμε : } u = x + 2 \Rightarrow u = 15 + 2 = 7$$

Τέλος, για την πλευρά y έχουμε από την (3) :

$$u^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 17^2 = 15^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

γ) Υπάρχει μόνο ένα τρίγωνο που να ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες, αυτό μεκάθετες πλευρές μήκους 15 και 8.

Η εξίσωση $x^3 + x^2 - 3600 = 0$ έχει μόνο μία ρίζα, $x = 15$