

21.16

Έστω x, y οι ζητούμενοι αριθμοί

$$\text{Τότε θα πρέπει : } \begin{cases} x + y = 9 \\ xy^2 = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ (9 - y)y^2 = 108 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ 9y^2 - y^3 = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ y^3 - 9y^2 + 108 = 0 \end{cases}$$

Πιθανές ρίζες είναι οι ακέραιοι διαιρέτες του 108.

Παρατηρούμε ότι η $y = -3$ είναι ρίζα (που όμως δεν είναι δεκτή ως λύση του αρχικού μας προβλήματος γιατί είναι αρνητική).

Οπότε παραγοντοποιούμε με Σχήμα Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -9 & 0 & 108 & \\ & -3 & 36 & -108 & \\ \hline 1 & -12 & 36 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα : } y^3 - 9y^2 + 108 = 0 \Rightarrow (y + 3)(y^2 - 12y + 36) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -3 \quad \text{ή} \quad y^2 - 12y + 36 = 0 \Rightarrow y = 6$$

$$\text{Η } y = 6 \text{ είναι δεκτή, άρα έχουμε : } \begin{cases} x = 9 - y \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

Οπότε οι ζητούμενοι αριθμοί είναι οι 3 και 6