

Αρκεί ναδειχθεί ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-5)(x-7)$, που θα είναι βαθμού το πολύ 1.

$$\text{Ταυτότητα διαίρεσης: } P(x) = (x-5)(x-7)\pi(x) + \alpha x + \beta \quad (1)$$

Το $P(x)$ διαιρείται με το $x-5$, άρα $P(5) = 0$

Το $P(x)$ διαιρείται με το $x-7$, άρα $P(7) = 0$

$$\text{Στην (1): } P(5) = 0 \Rightarrow (5-5)(5-7)\pi(5) = 5\alpha + \beta \Rightarrow 0 = 5\alpha + \beta \quad (2)$$

$$\text{Στην (1): } P(7) = 0 \Rightarrow (7-5)(7-7)\pi(7) = 7\alpha + \beta \Rightarrow 0 = 7\alpha + \beta \quad (3)$$

$$(1), (3) \Rightarrow \begin{cases} 5\alpha + \beta = 0 \\ 7\alpha + \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = -5\alpha \\ 7\alpha - 5\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha = 0 \end{cases}$$

Άρα το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-5)(x-7)$ είναι 0