

20.23

α) Η ταυτότητα της διαίρεσης γράφεται : $P(x) = (\alpha x + \beta) \cdot \pi(x) + \upsilon$

$$\text{Για } x = -\frac{\beta}{\alpha} : P\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) = \left(\alpha - \frac{\beta}{\alpha} + \beta\right) \pi\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) + \upsilon \Rightarrow P\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) = \upsilon.$$

β) i) Έστω $P(x) = 8x^3 + 4x^2 - 6x + 1$

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $2x + 3$ είναι το :

$$P\left(-\frac{3}{2}\right) = 8 - \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 6\left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = -27 + 9 + 9 + 1 = -8$$

ii) Έστω $P(x) = 27x^3 + 12x - 4$

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $3x - 1$ είναι το :

$$P\left(\frac{1}{3}\right) = 27 \cdot \frac{1}{3^3} + \frac{12}{3} - 4 = 1$$

γ) Έστω $P(x) = \lambda x^3 - 4x + 1$

$$\text{Πρέπει } P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow -\frac{\lambda}{8} + 2 + 1 = 2 \Rightarrow \frac{\lambda}{8} = 1 \Rightarrow \lambda = 8$$

δ) Έστω $P(x) = (\lambda + 2)x^2 + \lambda x - 2$

$$\text{Πρέπει } P\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{4(\lambda + 2)}{9} + \frac{2\lambda}{3} - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\lambda + 8 + 6\lambda - 18 = 0 \Rightarrow 10\lambda = 10 \Rightarrow \lambda = 1$$