

20.2 1)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι η διαίρεση του $x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2$ με το $x^2 + 1$ είναι τέλεια. Οπότε

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2 & x^2 + 1 \\
 \underline{-x^4} & \\
 x^3 + 2x^2 + x + 2 & \\
 \underline{-x^3} & \\
 2x^2 + x + 2 & \\
 \underline{-2x^2} & \\
 x + 2 & \\
 \underline{-x} & \\
 2 & \\
 \underline{-2} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Πράγματι η διαίρεση είναι τέλεια άρα το $x^2 + 1$ διαιρεί το $x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2$. Ακόμη η ταυτότητα της διαίρεσης είναι $x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2 = (x^2 + 1)(x^2 + x + 2)$

Η σχέση αυτή είναι και η ζητούμενη παραγοντοποίηση του $x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2$

20.2 2)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι η διαίρεση του $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ με το $x^2 + 2$ είναι τέλεια. Οπότε :

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 & x^2 + 2 \\
 \underline{-x^4 + 2x^2} & \\
 x^3 + x^2 + 2x + 2 & \\
 \underline{-x^3 - 2x} & \\
 x^2 + 2 & \\
 \underline{-x^2 - 2} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Πράγματι η διαίρεση είναι τέλεια, άρα το $x^2 + 2$ διαιρεί το $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$. Ακόμη η ταυτότητα της διαίρεσης είναι $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2)(x^2 + x + 1)$

Η σχέση αυτή είναι και η ζητούμενη παραγοντοποίηση του $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$

20.2 3)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι η διαίρεση του $x^4 + x^3 + 4x^2 - 3x + 5$ με το $x^2 + 2x + 5$ είναι τέλεια. Οπότε :

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 + x^3 + 4x^2 - 3x + 5 & x^2 + 2x + 5 \\
 \underline{-x^4 - 2x^3 - 5x^2} & \\
 -x^3 - x^2 - 3x + 5 & \\
 \underline{x^3 + 2x^2 + 5x} & \\
 -x^2 - 2x + 5 & \\
 \underline{-x^2 - 2x - 5} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Πράγματι η διαίρεση είναι τέλεια, άρα το $x^2 + 2x + 5$ διαιρεί το $x^4 + x^3 + 4x^2 - 3x + 5$. Ακόμη η ταυτότητα της διαίρεσης είναι $x^4 + x^3 + 4x^2 - 3x + 5 = (x^2 + 2x + 5)(x^2 - x + 1)$

Η σχέση αυτή είναι και η ζητούμενη παραγοντοποίηση του $x^4 + x^3 + 4x^2 - 3x + 5$

