

ΘΕΜΑ 1

α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ 2

α) Ο αριθμός A περιέχεται στο διάστημα $(0, \pi)$ και επειδή ισχύει $\sin A < 0$, έχουμε $\frac{\pi}{2} < A < \pi$.

Άρα το τρίγωνο έχει τη γωνία A αμβλεία, οπότε είναι αμβλυγώνιο.

β) Από την βασική ταυτότητα $\eta\mu^2 A + \sigma\upsilon\nu^2 A = 1$ με $\sin A = -\frac{3}{5}$, παίρνουμε: $\eta\mu^2 A + \frac{9}{25} = 1$,

οπότε

$$\eta\mu^2 A = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

Επιπλέον, αφού $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, έχουμε $\eta\mu A > 0$, οπότε $\eta\mu A = \frac{4}{5}$.

ΘΕΜΑ 3

Γνωρίζουμε ότι: $\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x}{x+3} \right)^2 + \left(\frac{x+1}{x+3} \right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{4x^2}{x^2+6x+9} + \frac{x^2+2x+1}{x^2+6x+9} = 1 \Rightarrow \frac{5x^2+2x+1}{x^2+6x+9} = 1 \Rightarrow$$

$$\stackrel{(x \neq -3)}{\Rightarrow} 5x^2 + 2x + 1 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \Delta = 9, \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \\ \nearrow^2 \\ \searrow_{-1} \end{array} \quad x = 2 \quad \text{ή} \quad x = -1$$

ΘΕΜΑ 4

- α) i) Η μέγιστη τιμή της f είναι 5 και η ελάχιστη τιμή της f είναι -1
 ii) Η περίοδος της f είναι $T = 4\pi$

β) Από την γραφική παράσταση βλέπουμε ότι:

$$f(0) = 2 \Rightarrow \rho \eta\mu(\omega \cdot 0) + \kappa = 2 \Rightarrow \kappa = 2$$

$$\text{Η μέγιστη τιμή της } f \text{ είναι } 5, \text{ άρα } \rho + 2 = 5 \Rightarrow \rho = 3$$

$$\text{Η περίοδος είναι } T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = 4\pi \Rightarrow \omega = \frac{1}{2}$$

γ) Είναι: $f(x) = 3\eta\mu\left(\frac{x}{2}\right) + 2$

$$\text{Έχουμε: } f(x_0) = \frac{7}{2} \Rightarrow 3\eta\mu\left(\frac{x_0}{2}\right) + 2 = \frac{7}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\eta\mu\left(\frac{x_0}{2}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \eta\mu\left(\frac{x_0}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\left(\frac{x_0}{2}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_o}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad \frac{x_o}{2} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x_o = 4\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad x_o = 4\kappa\pi + \frac{5\pi}{3}$$

Όμως πρέπει : $x_o \in (5\pi, 6\pi)$ άρα έχουμε :

$$\text{Είτε : } 5\pi < 4\kappa\pi + \frac{\pi}{3} < 6\pi \Rightarrow \frac{14\pi}{3} < 4\kappa\pi < \frac{17\pi}{3} \Rightarrow \frac{7}{6} < \kappa < \frac{17}{12} \quad \text{αδύνατη για } \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Είτε : } 5\pi < 4\kappa\pi + \frac{5\pi}{3} < 6\pi \Rightarrow \frac{10\pi}{3} < 4\kappa\pi < \frac{13\pi}{3} \Rightarrow \frac{5}{6} < \kappa < \frac{13}{12} \Rightarrow \kappa = 1$$

$$\text{Άρα είναι : } x_o = 4\pi + \frac{5\pi}{3} = \frac{17\pi}{3}$$