16.17 1)

$$2\eta\mu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=-1\Rightarrow \eta\mu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}\Rightarrow \eta\mu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow$$

$$x+\frac{\pi}{3}=2\kappa\pi-\frac{\pi}{6}\Rightarrow x=2\kappa\pi-\frac{\pi}{2}$$

Όμως $-\pi<x<\pi\Rightarrow -\pi<2\kappa\pi-\frac{\pi}{2}<\pi\Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2}<2\kappa\pi<\frac{3\pi}{2}\Rightarrow -\frac{1}{4}<\kappa<\frac{3}{4}$$

και επειδή ο κ είναι ακέραιος θα είναι $\kappa=0$

οπότε $x=2\cdot 0\cdot\pi-\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=-\frac{\pi}{2}$

ή $x+\frac{\pi}{3}=2\kappa\pi+\pi+\frac{\pi}{6}\Rightarrow x=2\kappa\pi+\frac{5\pi}{6}$

Όμως $-\pi<x<\pi\Rightarrow -\pi<2\kappa\pi+\frac{5\pi}{6}<\pi\Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{11\pi}{6}<2\kappa\pi<\frac{\pi}{6}\Rightarrow -\frac{11}{12}<\kappa<\frac{1}{12}$$

και επειδή ο κ είναι ακέραιος θα είναι $\kappa=0$

οπότε $x=2\cdot 0\cdot\pi+\frac{5\pi}{6}\Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$

16.17 2)

$$\eta\mu 3x=1\Rightarrow \eta\mu 3x=\eta\mu\frac{\pi}{2}\Rightarrow 3x=2\kappa\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{2\kappa\pi}{3}+\frac{\pi}{6}$$

Όμως : $0\le x\le\pi\Rightarrow 0\le\frac{2\kappa\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\le\pi\Rightarrow -\frac{\pi}{6}\le\frac{2\kappa\pi}{3}\le\frac{5\pi}{6}\Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{4}\le\kappa\pi\le\frac{5\pi}{4}\Rightarrow -\frac{1}{4}\le\kappa\le\frac{5}{4}$$

Και επειδή ο κ είναι ακέραιος θα είναι $\kappa=0$ ή $\kappa=1$

Για $\kappa=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{6}$

Για $\kappa=1\Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$

16.17 3)

$$\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=-1\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sigma\upsilon\nu\pi\Rightarrow x+\frac{\pi}{6}=2\kappa\pi\pm\pi\Rightarrow$$

$x+\frac{\pi}{6}=2\kappa\pi+\pi$

$\Rightarrow x=2\kappa\pi+\frac{5\pi}{6}$

Όμως $\pi\le x\le 3\pi$

$\Rightarrow \pi\le 2\kappa\pi+\frac{5\pi}{6}\le 3\pi$

$\Rightarrow \frac{\pi}{6}\le 2\kappa\pi\le\frac{13\pi}{6}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{12}\le\kappa\pi\le\frac{13\pi}{12}$

$\Rightarrow \frac{1}{12}\le\kappa\le\frac{13}{12}$

και επειδή ο κ είναι ακέραιος θα είναι $\kappa=1$ οπότε

$x=2\pi+\frac{5\pi}{6}=\frac{17\pi}{6}$

ή

$x+\frac{\pi}{6}=2\kappa\pi-\pi$

$\Rightarrow x=2\kappa\pi-\frac{7\pi}{6}$

Όμως $\pi\le x\le 3\pi$

$\Rightarrow \pi\le 2\kappa\pi-\frac{7\pi}{6}\le 3\pi$

$\Rightarrow \frac{13\pi}{6}\le 2\kappa\pi\le\frac{25\pi}{6}$

$\Rightarrow \frac{13\pi}{12}\le\kappa\pi\le\frac{25}{12}$

$\Rightarrow \frac{13}{12}\le\kappa\le\frac{25}{12}$

και επειδή ο κ είναι ακέραιος θα είναι $K=2$

οπότε $x=4\pi-\frac{7}{6}=\frac{17\pi}{6}$

16.17 4)

$$\varepsilon\varphi\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=1\Rightarrow\varepsilon\varphi\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\varepsilon\varphi\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=\kappa\pi+\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2x=\kappa\pi+\frac{7\pi}{12}\Rightarrow x=\frac{\kappa\pi}{2}+\frac{7\pi}{24}$$

Όμως : $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi\Rightarrow\frac{\pi}{2}\le\frac{\kappa\pi}{2}+\frac{7\pi}{24}\le\pi\Rightarrow\frac{5\pi}{24}\le\frac{\kappa\pi}{2}\le\frac{17\pi}{24}\Rightarrow\frac{5}{12}\le\kappa\le\frac{17}{12}$

Και επειδή ο κ είναι ακέραιος , θα είναι $\kappa=1$

Οπότε : $x=\frac{\pi}{2}+\frac{7\pi}{24}=\frac{19\pi}{24}$