

13.10 1)

Αρχικά βρίσκουμε εύκολα την $\sigma\phi\omega$. Είναι $\sigma\phi\omega = \frac{1}{\varepsilon\phi\omega} \Rightarrow \sigma\phi\omega = \frac{12}{5}$

Ακόμη επειδή $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$ συμπεραίνουμε ότι η γωνία ω βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο οπότε θα είναι $\eta\mu\omega > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\phi^2\omega}{1+\varepsilon\phi^2\omega}$ και $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\phi^2\omega}$. Έχουμε

$$\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\phi^2\omega}{1+\varepsilon\phi^2\omega} \xRightarrow{\varepsilon\phi\omega=\frac{5}{12}} \eta\mu^2\omega = \frac{\left(\frac{5}{12}\right)^2}{1+\left(\frac{5}{12}\right)^2} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{25}{1+\frac{25}{144}} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{25}{\frac{169}{144}} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{25}{169} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\omega = \pm \frac{5}{13} \xRightarrow{\eta\mu\omega>0} \eta\mu\omega = \frac{5}{13}$$

Τέλος

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\phi^2\omega} \xRightarrow{\varepsilon\phi\omega=\frac{5}{12}} \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\left(\frac{5}{12}\right)^2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\frac{25}{144}} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{\frac{169}{144}} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{144}{169} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm \frac{12}{13} \xRightarrow{\sigma\upsilon\nu\omega>0} \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{12}{13}$$

13.10 2)

Αρχικά βρίσκουμε εύκολα την $\sigma\phi\omega$

$$\text{Είναι : } \sigma\phi\omega = \frac{1}{\varepsilon\phi\omega} \Rightarrow \sigma\phi\omega = -\frac{1}{2}$$

Ακόμη επειδή $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, συμπεραίνουμε ότι η γωνία ω βρίσκεται

στο 2^ο τεταρτημόριο, οπότε θα είναι $\eta\mu\omega > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\phi^2\omega}{1+\varepsilon\phi^2\omega}$ και $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\phi^2\omega}$

$$\text{Έχουμε } \eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\phi^2\omega}{1+\varepsilon\phi^2\omega} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{(-2)^2}{1+(-2)^2} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{4}{1+4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{4}{5} \Rightarrow \eta\mu\omega = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5} \xRightarrow{\eta\mu\omega>0} \eta\mu\omega = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Τέλος : } \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\phi^2\omega} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+(-2)^2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{5} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5} \xRightarrow{\sigma\upsilon\nu\omega<0} \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

13.10 3)

Αρχικά βρίσκουμε εύκολα την $\varepsilon\phi\omega$

$$\text{Είναι : } \varepsilon\phi\omega = \frac{1}{\sigma\phi\omega} \Rightarrow \varepsilon\phi\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ακόμη επειδή $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, συμπεραίνουμε ότι η γωνία ω βρίσκεται

στο 3^ο τεταρτημόριο, οπότε θα είναι $\eta\mu\omega < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$ και $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

$$\text{Έχουμε : } \eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{1}{4} \Rightarrow \eta\mu\omega = \pm \frac{1}{2} \stackrel{\eta\mu\omega < 0}{\Rightarrow} \eta\mu\omega = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Τέλος : } \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{3}{4} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \stackrel{\sigma\upsilon\nu\omega < 0}{\Rightarrow} \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

13.10 4)

Αρχικά βρίσκουμε εύκολα την $\varepsilon\varphi\omega$

$$\text{Είναι : } \varepsilon\varphi\omega = \frac{1}{\sigma\varphi\omega} \Rightarrow \varepsilon\varphi\omega = \frac{1}{-8} \Rightarrow \varepsilon\varphi\omega = -\frac{15}{8}$$

Ακόμη επειδή $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, συμπεραίνουμε ότι η γωνία ω βρίσκεται

στο 2° τεταρτημόριο, οπότε θα είναι $\eta\mu\omega > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$ και $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

$$\text{Έχουμε : } \eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\left(\frac{-15}{8}\right)^2}{1+\left(\frac{-15}{8}\right)^2} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\frac{225}{64}}{1+\frac{225}{64}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{225}{289} \Rightarrow \eta\mu\omega = \pm \frac{15}{17} \stackrel{\eta\mu\omega > 0}{\Rightarrow} \eta\mu\omega = \frac{15}{17}$$

$$\text{Τέλος : } \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\left(\frac{-15}{8}\right)^2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\frac{225}{64}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{64}{289} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm \frac{8}{17} \stackrel{\sigma\upsilon\nu\omega < 0}{\Rightarrow} \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{8}{17}$$

13.10 5)

Αρχικά βρίσκουμε εύκολα την $\sigma\varphi\omega$

$$\text{Είναι : } \sigma\varphi\omega = \frac{1}{\varepsilon\varphi\omega} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sigma\varphi\omega = \frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sigma\varphi\omega = 2\sqrt{2}$$

Ακόμη επειδή $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$, συμπεραίνουμε ότι η γωνία ω βρίσκεται

στο 1° τεταρτημόριο, οπότε θα είναι $\eta\mu\omega > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$

Τώρα θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$ και $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

$$\text{Έχουμε : } \eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}{1+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} \Rightarrow \eta\mu^2\omega = \frac{\frac{2}{16}}{1+\frac{2}{16}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta \mu^2 \omega = \frac{2}{18} \Rightarrow \eta \mu^2 \omega = \frac{1}{9} \Rightarrow \eta \mu \omega = \pm \frac{1}{3} \overset{\eta \mu \omega > 0}{\Rightarrow} \eta \mu \omega = \frac{1}{3}$$

$$\text{Τέλος : } \sigma \nu^2 \omega = \frac{1}{1 + \varepsilon \varphi^2 \omega} \Rightarrow \sigma \nu^2 \omega = \frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} \right)} \Rightarrow \sigma \nu \omega = \frac{1}{1 + \frac{2}{16}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma \nu^2 \omega = \frac{16}{18} \Rightarrow \sigma \nu^2 \omega = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma \nu \omega = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \overset{\sigma \nu \omega > 0}{\Rightarrow} \sigma \nu \omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$