

12.9 1)

Το τόξο ξεπερνάει το 2π . Έτσι

$$\frac{41\pi}{6} = \frac{41 \cdot 2\pi}{6 \cdot 2} = \frac{41}{12} \cdot 2\pi$$

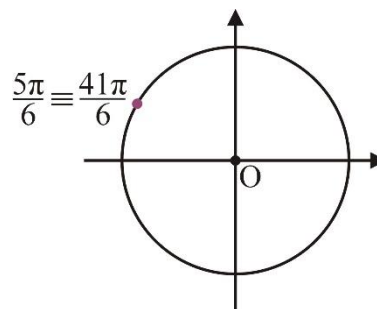
τώρα κάνουμε την διαίρεση $41:12$ και έχουμε

$$\begin{array}{r} 41 \overline{) 12} \\ -36 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 41 = 12 \cdot 3 + 5$$

$$\text{Οπότε } \frac{41}{12} \cdot 2\pi = \frac{12 \cdot 3 + 5}{12} \cdot 2\pi = \frac{\cancel{12} \cdot 3}{\cancel{12}} \cdot 2\pi + \frac{5}{12} \cdot 2\pi = 3 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{6}$$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{41\pi}{6}$ ταυτίζεται με την θέση του τόξου

$$\frac{5\pi}{6}$$



12.9 2)

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι $\frac{31\pi}{6} = \frac{31 \cdot 2\pi}{6 \cdot 2} = \frac{31}{12} \cdot 2\pi$

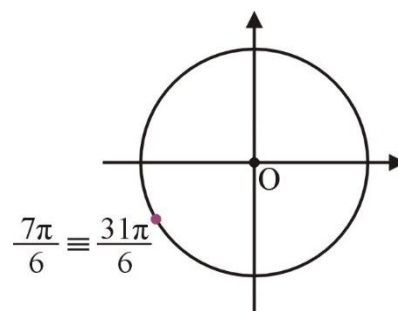
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $31:12$ και έχουμε :

$$\begin{array}{r} 31 \overline{) 12} \\ -24 \\ \hline 7 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 31 = 2 \cdot 12 + 7$$

$$\text{Οπότε } \frac{31}{12} \cdot 2\pi = \frac{2 \cdot 12 + 7}{12} \cdot 2\pi = \frac{2 \cdot 12}{12} \cdot 2\pi + \frac{7}{12} \cdot 2\pi = 4\pi + \frac{7\pi}{6}$$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{31\pi}{6}$ ταυτίζεται

με τη θέση του τόξου $\frac{7\pi}{6}$



12.9 3)

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι : $\frac{35\pi}{4} = \frac{35 \cdot 2\pi}{4 \cdot 2} = \frac{35}{8} \cdot 2\pi$

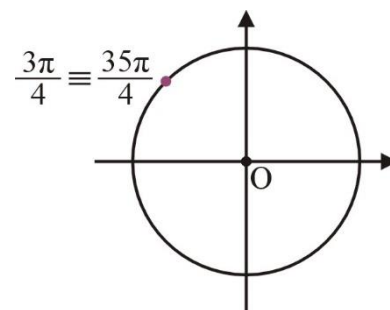
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $35:8$ και έχουμε :

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 8} \\ -32 \\ \hline 3 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 35 = 8 \cdot 4 + 3$$

$$\text{Οπότε } \frac{35}{8} \cdot 2\pi = \frac{8 \cdot 4 + 3}{8} \cdot 2\pi = \frac{8 \cdot 4 \cdot 2\pi}{8} + \frac{3 \cdot 2\pi}{8} = 4 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{4}$$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{35\pi}{4}$ ταυτίζεται

με τη θέση του τόξου $\frac{3\pi}{4}$



12.9 4)

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{19\pi}{3} = \frac{19 \cdot 2\pi}{3 \cdot 2} = \frac{19}{6} \cdot 2\pi$

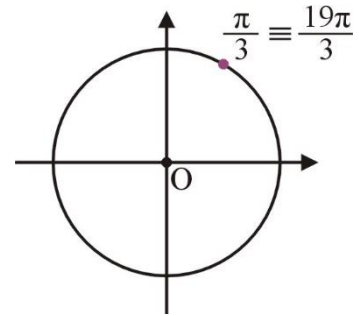
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $19:6$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 6} \\ -18 \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 19 = 3 \cdot 6 + 1$$

Οπότε: $\frac{19}{6} \cdot 2\pi = \frac{3 \cdot 6 + 1}{6} \cdot 2\pi = \frac{3 \cdot 6 \cdot 2\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = 3 \cdot 2\pi + \frac{2\pi}{6} = 3 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{19\pi}{3}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{\pi}{3}$

**12.9 5)**

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{37\pi}{4} = \frac{37 \cdot 2\pi}{4 \cdot 2} = \frac{37}{8} \cdot 2\pi$

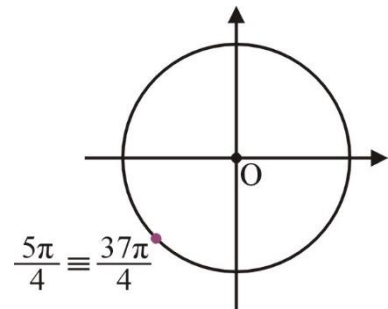
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $37:8$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 8} \\ -32 \overline{) 4} \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 37 = 8 \cdot 4 + 5$$

Οπότε: $\frac{37}{8} \cdot 2\pi = \frac{8 \cdot 4 + 5}{8} \cdot 2\pi = \frac{8 \cdot 4 \cdot 2\pi}{8} + \frac{5 \cdot 2\pi}{8} = 4 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{4}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{37\pi}{4}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{5\pi}{4}$

**12.9 6)**

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{29\pi}{3} = \frac{29 \cdot 2\pi}{2 \cdot 3} = \frac{29}{6} \cdot 2\pi$

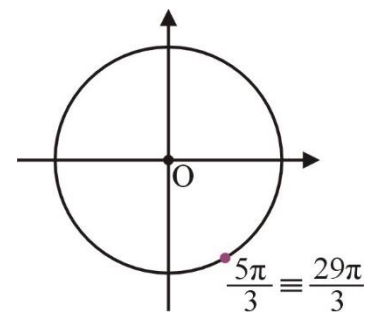
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $29:6$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 29 \overline{) 6} \\ -24 \overline{) 4} \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 29 = 4 \cdot 6 + 5$$

Οπότε: $\frac{29}{6} \cdot 2\pi = \frac{4 \cdot 6 + 5}{6} \cdot 2\pi = \frac{4 \cdot 6 \cdot 2\pi}{6} + \frac{5 \cdot 2\pi}{6} = 4 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{3}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{29\pi}{3}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{5\pi}{3}$

**12.9 7)**

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{55\pi}{6} = \frac{55 \cdot 2\pi}{6 \cdot 2} = \frac{55}{12} \cdot 2\pi$

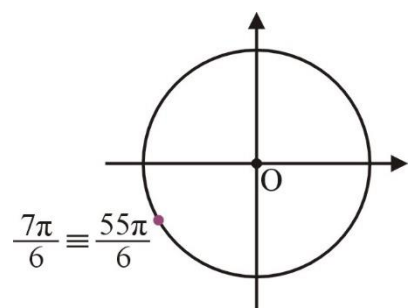
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $55:12$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 55 \overline{) 12} \\ -48 \overline{) 4} \\ \hline 7 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 55 = 4 \cdot 12 + 7$$

Οπότε: $\frac{55}{12} \cdot 2\pi = \frac{4 \cdot 12 + 7}{12} \cdot 2\pi = \frac{4 \cdot 12 \cdot 2\pi}{12} + \frac{7 \cdot 2\pi}{12} = 4 \cdot 2\pi + \frac{7\pi}{6}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{55\pi}{6}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{7\pi}{6}$



12.9 8)

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{47\pi}{3} = \frac{47 \cdot 2\pi}{3 \cdot 2} = \frac{47}{6} \cdot 2\pi$

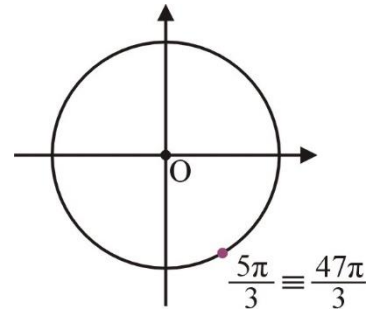
Τώρα κάνουμε την διαίρεση $47:6$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 47 \overline{) 6} \\ -42 \overline{) 7} \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 47 = 6 \cdot 7 + 5$$

Οπότε: $\frac{47}{6} \cdot 2\pi = \frac{6 \cdot 7 + 5}{6} \cdot 2\pi = \frac{6 \cdot 7 \cdot 2\pi}{6} + \frac{5 \cdot 2\pi}{6} = 7 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{3}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{47\pi}{3}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{5\pi}{3}$

**12.9 9)**

Το τόξο ξεπερνάει το 2π , έτσι: $\frac{47\pi}{4} = \frac{47 \cdot 2\pi}{4 \cdot 2} = \frac{47}{8} \cdot 2\pi$

Τώρα κάνουμε την διαίρεση $47:8$ και έχουμε:

$$\begin{array}{r} 47 \overline{) 8} \\ -40 \overline{) 7} \\ \hline 7 \end{array} \quad \text{Άρα είναι } 47 = 5 \cdot 8 + 7$$

Οπότε: $\frac{47}{8} \cdot 2\pi = \frac{5 \cdot 8 + 7}{8} \cdot 2\pi = \frac{5 \cdot 8 \cdot 2\pi}{8} + \frac{7 \cdot 2\pi}{8} = 5 \cdot 2\pi + \frac{7\pi}{4}$

Επομένως στον τριγωνομετρικό κύκλο η θέση του τόξου $\frac{47\pi}{4}$

ταυτίζεται με τη θέση του τόξου $\frac{7\pi}{4}$

