

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11.2

### ΘΕΜΑ 1

- α) Λ      β) Σ      γ) Λ      δ) Λ      ε) Λ

### ΘΕΜΑ 2

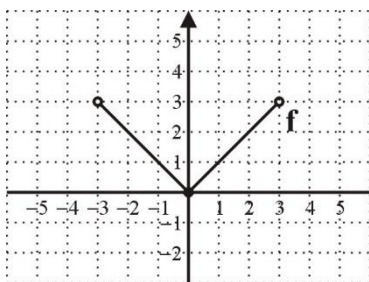
α) Η  $f$  είναι άρτια, άρα θα πρέπει για κάθε  $x \in (\alpha, 3)$  να ισχύει και  $-x \in (\alpha, 3)$

άρα αναγκαστικά,  $\alpha = -3$

β) Η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $(2, 2)$ , άρα  $f(2) = 2$

Επειδή η  $f$  είναι άρτια, θα ισχύει  $f(-2) = f(2) = 2$

γ) Η γραφική παράσταση της  $f$  είναι συμμετρική ως προς τον άξονα  $y'y$ :



### ΘΕΜΑ 3

α) Η γραφική παράσταση της  $g(x) = f(x + \alpha)$  προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  κατά  $\alpha$  μονάδες προς τα αριστερά (αν  $\alpha > 0$ , και κατά  $\alpha$  μονάδες προς τα δεξιά, αν  $\alpha < 0$ )

Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της  $f$  είναι συμμετρική ως προς την ευθεία  $x = -1$ . Άρα, για να είναι συμμετρική ως προς τον άξονα  $y'y$  (και η  $g$  να είναι άρτια), πρέπει να μετατοπιστεί κατά 1 μονάδα δεξιά, Άρα  $\alpha = -1$

β) Η  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  στα σημεία  $x = -2$  και  $x = 0$

Άρα η γραφική παράσταση της  $g$ , που είναι μετατοπισμένη κατά 1 μονάδα δεξιά, θα τέμνει τον άξονα  $x'x$  στα σημεία  $x = -1$  και  $x = 1$

Άρα:  $g(x) = 0 \Rightarrow x = -1$  ή  $x = 1$

### ΘΕΜΑ 4

α) Η  $f$  είναι περιττή, άρα για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $f(-x) = -f(x)$

$$\text{Οπότε: } f(-2) = -f(2) = -\frac{4}{5}$$

$$\text{Άρα έχουμε: } \begin{cases} f(2) = \frac{4}{5} \\ f(-2) = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\alpha + \beta}{5} = \frac{4}{5} \\ \frac{-2\alpha + \beta}{5} = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \beta = 4 \\ -2\alpha + \beta = -4 \end{cases} (+)$$

$$2\beta = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$\text{Ακόμα, } 2\alpha + \beta = 4 \Rightarrow 2\alpha + 0 = 4 \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\text{Άρα } \alpha = 2 \text{ και } \beta = 0$$

β) Αρκεί να δείξουμε ότι  $f(x) \geq f(-1)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Πράγματι: } f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \geq \frac{-2 \cdot 1}{1^2 + 1} \Rightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} \geq -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x \geq -(x^2 + 1) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow (x + 1)^2 \geq 0$$

που ισχύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , με ισότητα για  $x = -1$

Άρα η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = -1$