

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ

1.6 1)

α) Λύνουμε το σύστημα με την μέθοδο της αντικατάστασης

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 + y = 7 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + y = 7 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 + 7 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}}$$

$$\text{Άρα } (x, y) = (2, 3)$$

β) Λύνουμε το σύστημα με την μέθοδο των αντιθέτων συντελεστών

$$\begin{aligned} 2 \cdot \begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ -4x - 7y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 10y = 2 \\ -4x - 7y = 7 \end{cases} \\ 1 \cdot \begin{cases} -4x - 7y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -4x - 7y = 7 \end{cases} \quad (+) \end{aligned}$$

$$3y = 9 \Rightarrow \frac{3y}{3} = \frac{9}{3} \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

Ακόμη

$$2x + 5y = 1 \Rightarrow 2x + 5 \cdot 3 = 1 \Rightarrow 2x + 15 = 1 \Rightarrow 2x = -15 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-14}{2} \Rightarrow \boxed{x = -7}$$

$$\text{Άρα } (x, y) = (-7, 3)$$

1.6 2)

Λύνουμε το σύστημα με την μέθοδο της αντικατάστασης

$$\begin{cases} y = 2 - 4x \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ 3x + 2(2 - 4x) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ 3x + 4 - 8x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ 3x - 8x = -1 - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ 3x - 8x = -1 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ -5x = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ \frac{-5x}{-1} = \frac{-5}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 4 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ακόμη

$$4x + y = 2 \Rightarrow 4 \cdot 1 + y = 2 \Rightarrow 4 + y = 2 \Rightarrow y = -4 + 2 \Rightarrow \boxed{y = -2}$$

1.6 3)

$$\begin{aligned} 1 \cdot \begin{cases} 6x - 8y = 2 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 6x - 8y = 2 \\ -6x + 8y = -6 \end{cases} \\ -2 \cdot \begin{cases} 3x - 4y = 3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -6x + 8y = -6 \end{cases} \quad (+) \\ \hline 0x + 0y &= -4 \text{ αδύνατη} \end{aligned}$$

1.6 4)

$$\begin{cases} 7x + 4y = 32 \\ 6x + 1 = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 32 \\ 6x = -1 + 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 32 \\ 6x = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 32 \\ \frac{6x}{6} = \frac{48}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7 \cdot 8 + 4y = 32 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 56 + 4y = 32 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = -56 + 32 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = -24 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4y}{4} = \frac{-24}{4} \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 8 \\ y = -6 \end{cases}}$$

1.6 5)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x+8y=-23 \\ 2y+3=1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x+8y=-23 \\ 2y=-3+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+8y=-23 \\ 2y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+8y=-23 \\ \frac{2y}{2}=\frac{-2}{2} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} 3x+8(-1)=-23 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-8=-23 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x=8-23 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x=-15 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{3}=\frac{-15}{3} \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases}} \end{aligned}$$

1.6 6)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x-3y=-7 \\ 5x+3y=25 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x-\cancel{3y}=-7 \\ 5x+\cancel{3y}=25 \end{cases} \quad (+) \\ 9x &= 18 \Rightarrow \frac{\cancel{9}x}{\cancel{9}} = \frac{18}{\cancel{9}} \Rightarrow \boxed{x=2} \end{aligned}$$

Ακόμη

$$5x+3y=25 \Rightarrow 5 \cdot 2 + 3y = 25 \Rightarrow 10 + 3y = 25 \Rightarrow 3y = -10 + 25 \Rightarrow 3y = 15 \Rightarrow \frac{\cancel{3}y}{\cancel{3}} = \frac{15}{\cancel{3}} \Rightarrow \boxed{y=5}$$

1.6 7)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x+2y=0 \\ 6x+3y=0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \cancel{12x}+\cancel{6y}=0 \\ -\cancel{12x}-\cancel{6y}=0 \end{cases} \quad (+) \\ 0x+0y &= 0 \quad \text{αόριστη} \end{aligned}$$

1.6 8)

$$\begin{aligned} \begin{cases} -2x+3y=-16 \\ 2x-5y=28 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -\cancel{2x}+3y=-16 \\ \cancel{2x}-5y=28 \end{cases} \quad (+) \\ -2y &= 12 \Rightarrow \frac{-\cancel{2}y}{\cancel{2}} = \frac{12}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{y=-6} \end{aligned}$$

Ακόμη

$$\begin{aligned} 2x-5y=28 &\Rightarrow 2x-5(-6)=28 \Rightarrow 2x=30=28 \Rightarrow 2x=-30+28 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{-2}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{x=-1} \end{aligned}$$

1.6 9)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 6x-2y=7 \\ -15x+5y=-1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \cancel{30x}-\cancel{10y}=7 \\ -\cancel{30x}+\cancel{10y}=-1 \end{cases} \quad (+) \\ 0x+0y &= 6 \quad \text{αδύνατη} \end{aligned}$$

1.6 10)

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+y=17 \\ 7x-6y=15 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 6x+\cancel{6y}=102 \\ 7x-\cancel{6y}=15 \end{cases} \quad (+) \\ 13x &= 117 \Rightarrow \frac{\cancel{13}x}{\cancel{13}} = \frac{117}{\cancel{13}} \Rightarrow \boxed{x=9} \end{aligned}$$

Ακόμη

$$x+y=17 \Rightarrow 9+y=17 \Rightarrow y=-9+17 \Rightarrow \boxed{y=8}$$

1.6 11)

$$\begin{array}{l} -3 \cdot \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 6x - 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{-6x} + \cancel{3y} = \cancel{-3} \\ \cancel{6x} - \cancel{3y} = \cancel{3} \end{cases} \quad (+) \\ \hline 0x + 0y = 0 \end{array}$$

Η τελευταία εξίσωση είναι αόριστη όποτε το σύστημα είναι αόριστο και επειδή $2x - y = 1 \Rightarrow y = 2x - 1$ οι λύσεις είναι της μορφής $(x, y) = (\kappa, 2\kappa - 1)$, $\kappa \in \mathbb{R}$