

9.5 1)

Έχουμε την δυνατότητα να αντιμετωπίσουμε την άσκηση αυτή με την βοήθεια διανυσμάτων. Εδώ θα την αντιμετωπίσουμε με την βοήθεια του συντελεστή διεύθυνσης)

Όταν δύο ευθείες έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης σημαίνει ότι οι ευθείες είτε είναι παράλληλες είτε ταυτίζονται. Αν όμως δείξουμε ότι οι ευθείες $\pi_{\chi AB}$ και $\pi_{\chi A\Gamma}$ έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης θα εξασφαλίσουμε ότι οι ευθείες AB και $A\Gamma$ θα ταυτίζονται καθώς δεν μπορεί να είναι παράλληλες αφού έχουν κοινό σημείο το A (το ίδιο θα πετυχαίναμε αν δείχναμε ότι οι ευθείες AB και $B\Gamma$ ή οι ευθείες $A\Gamma$ και $B\Gamma$ έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης)

Έτσι λοιπόν αρκεί να δείξουμε ότι $\lambda_{AB} = \lambda_{A\Gamma}$. Όμως

$$\lambda_{AB} = \lambda_{A\Gamma} \Leftrightarrow \frac{3-2}{\alpha+3-(\alpha+2)} = \frac{4-2}{\alpha+4-(\alpha+2)} \Leftrightarrow \frac{1}{\cancel{\alpha}+3-\cancel{\alpha}-2} = \frac{2}{\cancel{\alpha}+4-\cancel{\alpha}-2} \Leftrightarrow 1=1 \text{ που ισχύει}$$

άρα τα σημεία A B και Γ είναι συνευθειακά

9.5 2)

Αρκεί να δείξουμε ότι $\lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma}$

$$\text{Όμως } \lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{5-4}{\kappa+5-(\kappa+4)} = \frac{6-5}{\kappa+6-(\kappa+5)} \Leftrightarrow \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \text{ που ισχύει,}$$

Άρα τα $AB\Gamma$ είναι συνευθειακά

9.5 3)

$$\text{Πρέπει } \lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1-(1-3\lambda)}{1-(\lambda+2)} = \frac{-2-1}{3-1} \Leftrightarrow \frac{3\lambda}{-1-\lambda} = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow 6\lambda = 3\lambda+3 \Leftrightarrow 3\lambda = 3 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

9.5 4)

$$\text{Θα είναι } \lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{5-3}{2-1} = \frac{\beta-5}{\alpha-2} \Leftrightarrow 2\frac{\beta-5}{\alpha-2} \Leftrightarrow 2\alpha-4 = \beta-5 \Leftrightarrow \beta = 2\alpha+1$$

9.5 5)

$$\text{Θα είναι } \lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{4-2}{3-1} = \frac{y-4}{x-3} \Leftrightarrow 2\frac{y-4}{x-3} \Leftrightarrow y-4 = x-3 \Leftrightarrow x-y+1=0$$

9.5 6)

$$\text{Θα είναι } \lambda_{AB} = \lambda_{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{\delta-\beta}{\gamma-\alpha} = \frac{\kappa\beta+\lambda\delta-\delta}{\kappa\alpha+\lambda\gamma-\gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\delta-\beta)(\kappa\alpha+\lambda\gamma-\gamma) = (\gamma-\alpha)(\kappa\beta+\lambda\delta-\delta) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{\kappa\alpha\delta} + \cancel{\lambda\gamma\delta} - \cancel{\gamma\delta} - \cancel{\kappa\alpha\beta} - \lambda\beta\gamma + \beta\gamma = \kappa\beta\gamma + \cancel{\lambda\gamma\delta} - \cancel{\gamma\delta} - \cancel{\kappa\alpha\beta} - \lambda\alpha\delta + \alpha\delta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \kappa\alpha\delta - \lambda\beta\gamma + \beta\gamma - \kappa\beta\gamma + \lambda\alpha\delta - \alpha\delta = 0 \Leftrightarrow \alpha\delta(\kappa+\lambda-1) - \beta\gamma(\lambda+\kappa-1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\kappa+\lambda-1)(\alpha\delta-\beta\gamma) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\kappa+\lambda-1=0 \Leftrightarrow \kappa+\lambda=1$$

ή

$$\alpha\delta-\beta\gamma=0 \Leftrightarrow \alpha\delta=\beta\gamma$$