ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7.7

ΘΕΜΑ 1

Α. **α)** Λ **β)** Σ **γ)** Σ **δ)** Σ **ε)** Λ

Β. Έστω $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$

Τότε $\lambda(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta})=\lambda(x_1x_2+y_1y_2)=\lambda x_1x_2+\lambda y_1y_2$

Και $\lambda\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=(\lambda x_1,\lambda y_1)(x_2,y_2)=\lambda x_1x_2+\lambda y_1y_2$

Και $\vec{\alpha}(\lambda\vec{\beta})=(x_1,y_1)(\lambda x_2,\lambda y_2)=\lambda x_1x_2+\lambda y_1y_2$

Επομένως $\lambda\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\alpha}\cdot(\lambda\vec{\beta})=\lambda(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta})$

ΘΕΜΑ 2

α) Είναι $\overrightarrow{AB}=(0-(-2),8-3)=(2,5)$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}=(10-5,5-3)=(5,2)$

Επομένως $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}=2\cdot5+5\cdot2=10+10=20$

β) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\Delta}=\vec{\upsilon}=(2+5,5+2)=(7,7)$

Άρα $\lambda_{\vec{\upsilon}}=\frac{7}{7}=1\Rightarrow \varepsilon\varphi\omega=1\Rightarrow\omega=45^o$

ΘΕΜΑ 3

α) Είναι $\overrightarrow{AB}=(6-5,0-(-1))=(1,1)$, $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=(7-1,4-(-2))=(6,6)$

Άρα $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=6\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{\Delta\Gamma}//\overrightarrow{AB}$

Επίσης $\overrightarrow{A\Delta}=(1-5,-2-(-1))=(-4,-1)$ και $\overrightarrow{B\Gamma}=(7-6,4-0)=(1,4)$

Προφανώς $|\overrightarrow{A\Delta}|=|\overrightarrow{B\Gamma}|$ και αφού , και $\overrightarrow{\Delta\Gamma}//\overrightarrow{AB}$, το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο

β) Έστω $M(\mu,\nu)$. Αφού είναι το συμμετρικό του Γ ως προς το Δ , θα ισχύει :

$$(1,-2)=\left(\frac{\mu+7}{2},\frac{\nu+4}{2}\right)\Rightarrow\begin{cases}\frac{\mu+7}{2}=1\\ \frac{\nu+4}{2}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mu=-5\\ \nu=-8\end{cases}$$

Άρα είναι $M(-5,-8)$

Οπότε $\overrightarrow{AM}=(-5-5,-8-(-1))=(-10,-7)$

Θέλουμε $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{A\Gamma}+y\overrightarrow{AB}\Rightarrow(-10,-7)=x\cdot(7-5,4-(-1))+y(6-5,0-(-1))\Rightarrow$

$\Rightarrow(-10,-7)=(2x,5x)+(y,y)\Rightarrow(-10,-7)=(2x+y,5x+y)\Rightarrow$

$$\Rightarrow\begin{cases}2x+y=-10\\ 5x+y=-7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-12\end{cases}$$

ΘΕΜΑ 4

α) Έχουμε $\overrightarrow{B\Delta}\perp\overrightarrow{\Gamma E}\Rightarrow\overrightarrow{B\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma E}=0\Rightarrow(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A\Delta})(\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{AE})=0\Rightarrow$

$\Rightarrow\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{AE}=0\Rightarrow$

$$\Rightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}+|\overrightarrow{AB}|\cdot\frac{|\overrightarrow{AB}|}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu180^o+\frac{|\overrightarrow{AB}|}{2}\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\sigma\upsilon\nu180^o+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma} = \left|\overrightarrow{AB}\right|^2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma} = \frac{4}{5}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2$$

β) Είναι $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma} = \left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{A\Gamma}\right|\cdot \sigma\upsilon\nu\,\hat{A} \overset{\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{A\Gamma}\right|}{\Rightarrow} \frac{4}{5}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2 = \left|\overrightarrow{AB}\right|^2 \sigma\upsilon\nu\,\hat{A} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\,\hat{A} = \frac{4}{5}$