Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7.6

ΘΕΜΑ 1

Α. **α)** Σ **β)** Λ **γ)** Λ **δ)** Σ **ε)** Λ

Β. Έχουμε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^{\,2}+y_1^{\,2}}\cdot\sqrt{x_2^{\,2}+y_2^{\,2}}}$$

ΘΕΜΑ 2

α) **i)** Το Λ είναι το μέσο του ΒΓ , άρα έχει συντεταγμένες

$$\Delta\left(\frac{4+4}{2}\,,\,\frac{4+0}{2}\right)\Rightarrow\Delta(4,2)$$

ii) Είναι $\overrightarrow{AZ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{A\Gamma}\Rightarrow(x-0\,,\,y-4)=\frac{3}{4}(4-0\,,\,0-4)\Rightarrow$

$$\Rightarrow(x,y-4)=(3,-3)\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y-4=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}\quad \text{άρα είναι } Z(3,1)$$

β) Είναι $\overrightarrow{Z\Delta}=(4-3,2-1)=(1,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(4-0,0-4)=(4,-4)$

Οπότε $\overrightarrow{Z\Delta}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}=1\cdot4-1\cdot4=0\Rightarrow\overrightarrow{Z\Delta}\perp\overrightarrow{A\Gamma}$

ΘΕΜΑ 3

α) Έστω $\vec{x}=(x,y)$ τότε έχουμε :

$$\begin{cases}\vec{x}\,//\left(\vec{\alpha}+2\vec{\beta}\right)=(3,2)\\\vec{\alpha}\perp\left(\vec{x}-\vec{\beta}\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{y}{x}=\frac{2}{3}\\\vec{\alpha}\cdot\left(\vec{x}-\vec{\beta}\right)=0\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{2}{3}x\\(-1,2)(x-2,y)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{2}{3}x\\2-x+2y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-6\\y=-4\end{cases}\quad\text{άρα } \vec{x}=(-6,-4)$$

β) Είναι $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\beta},\vec{x}\right)=\frac{\vec{\beta}\cdot\vec{x}}{|\vec{\beta}|\cdot|\vec{x}|}=\frac{2\cdot(-6)+0\cdot(-4)}{\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{6^2+4^2}}=\frac{-12}{2\sqrt{52}}=\frac{-6}{\sqrt{52}}$

ΘΕΜΑ 4

α) Αρκεί να αποδείξουμε ότι $\overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma B}$

Πράγματι είναι $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}-2\overrightarrow{P\Gamma}=0\Rightarrow\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{P\Gamma}=\overrightarrow{P\Gamma}\Rightarrow\overrightarrow{P\Gamma}-\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}\Rightarrow\overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma B}$

Άρα το Γ είναι το μέσο του ΑΒ

β) Έχουμε $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{P\Gamma}\Rightarrow\left|\overrightarrow{PA}\right|^2+2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\left|\overrightarrow{PB}\right|^2=4\left|\overrightarrow{P\Gamma}\right|^2\Rightarrow$

$$\Rightarrow6^2+2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\left(2\sqrt{3}\right)^2=4\left(2\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0\Rightarrow\overrightarrow{PA}\perp\overrightarrow{PB}\Rightarrow A\hat{P}B=0$$

γ) Είναι $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}$

Επομένως $\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{P\Gamma}\right)\left(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}\right)=\left(\overrightarrow{PB}+\dfrac{\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}}{2}\right)\left(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}\right)=$

$$=\left(\frac{3\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PA}}{2}\right)\left(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}\right)=\frac{3\overrightarrow{PB}^2}{2}-\frac{3\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}}{2}+\frac{\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}}{2}-\frac{\overrightarrow{PA}^2}{2}=$$

$$=\frac{3\cdot\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2}-3\cdot 0+\frac{0}{2}-\frac{6^2}{2}=18-18=0$$

Άρα $\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{P\Gamma}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=0\Rightarrow\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{P\Gamma}\right)\perp\overrightarrow{AB}$