Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7.1

ΘΕΜΑ 1

Α. **α)** Σ **β)** Σ **γ)** Σ **δ)** Σ **ε)** Λ

Β. Έστω $O(O_1,O_2)$, $A(\alpha_1,\alpha_2)$ και $B(\beta_1,\beta_2)$

Τότε είναι $M\left(\frac{\alpha_1+\beta_1}{2},\frac{\alpha_2+\beta_2}{2}\right)$

Οπότε έχουμε $\overrightarrow{OM}=\left(\frac{\alpha_1+\beta_1}{2}-O_1\ ,\ \frac{\alpha_2+\beta_2}{2}-O_2\right)$ (1)

Και $\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}=\frac{1}{2}\left((\alpha_1-O_1\ ,\ \alpha_2-O_2)+(\beta_1-O_1\ ,\ \beta_2-O_2)\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}=\frac{1}{2}(\alpha_1+\beta_1-2O_1\ ,\ \alpha_2\_\beta_2-2O_2)\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}=\left(\frac{\alpha_1+\beta_1}{2}-O_1\ ,\ \frac{\alpha_2+\beta_2}{2}-O_2\right)$ (2)

Από τις (1) , (2) έχουμε ότι $\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}$

ΘΕΜΑ 2

α) Είναι $\vec{\alpha}=(3,3\sqrt{3})\Rightarrow\lambda_{\vec{\alpha}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

$\vec{\beta}=(\sqrt{2},0)\Rightarrow\lambda_{\vec{\beta}}=\frac{0}{\sqrt{2}}=0$

$\vec{\gamma}=(0,-3)\Rightarrow$ το $\vec{\gamma}$ δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης

$\vec{\delta}=(-1,1)\Rightarrow\lambda_{\vec{\delta}}=-\frac{1}{1}=-1$

β) $\lambda_{\vec{\alpha}}=\sqrt{3}\Rightarrow\varepsilon\varphi\omega_1=\sqrt{3}\Rightarrow\omega_1=60^{\circ}$

$\lambda_{\vec{\beta}}=0\Rightarrow\varepsilon\varphi\omega_2=0\Rightarrow\omega_2=0^{\circ}$

το $\vec{\gamma}$ δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης ,άρα $\vec{\gamma}\perp 0x\Rightarrow\omega_3=90^{\circ}$

$\lambda_{\vec{\delta}}=-1\Rightarrow\varepsilon\varphi\omega_4=-1\Rightarrow\omega_4=135^{\circ}$

γ) $|\vec{\alpha}|=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{9+27}=\sqrt{36}=6$

$|\vec{\gamma}|=\sqrt{(-3)^2+0^2}=3$

ΘΕΜΑ 3

α) Είναι $\sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\alpha}}\right)=\sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\beta}}\right)\Rightarrow\frac{\vec{\gamma}\cdot\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\gamma}|}=\frac{\vec{\gamma}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\gamma}|\cdot|\vec{\beta}|}\Rightarrow\frac{x\cdot4+y\cdot0}{\sqrt{4^2+0^2}}=\frac{x\cdot0+4\cdot y}{\sqrt{0^2+4^2}}\Rightarrow x=y$

β) $|\vec{\gamma}|=2\sqrt{2}\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{2}\Rightarrow x^2+y^2=8\overset{x=y}{\Rightarrow}2x^2=8\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2$

Άρα είτε $x=y=2$ είτε $x=y=-2$

ΘΕΜΑ 4

α) $\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Gamma Z}=|\overrightarrow{\Gamma B}|\cdot|\overrightarrow{\Gamma Z}|\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\overrightarrow{\Gamma B},\overrightarrow{\Gamma Z}}\right)\underset{\sigma\upsilon\nu(\overrightarrow{\Gamma B},\overrightarrow{\Gamma Z})=1}{\overset{\overrightarrow{\Gamma B}\uparrow\uparrow\overrightarrow{\Gamma Z}}{=}}\alpha\cdot\beta$

$$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}=\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{\Delta\Gamma}\right|\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\overrightarrow{BE},\widehat{\ }\overrightarrow{\Delta\Gamma}\right)\underset{\sigma\upsilon\nu\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{\Delta\Gamma}\right)=-1}{\overset{\overrightarrow{BE}\uparrow\downarrow\overrightarrow{\Delta\Gamma}}{=}}-\alpha\cdot\beta$$

β) $\overrightarrow{\Gamma E}\cdot\overrightarrow{\Delta Z}=\left(\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{BE}\right)\left(\overrightarrow{\Delta\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma Z}\right)=\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Gamma Z}+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{\Gamma Z}=$

$=\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}+\alpha\beta-\alpha\beta+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{\Gamma Z}=\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{\Gamma Z}=0+0=0$

Αφού $\overrightarrow{\Gamma B}\perp\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ και $\overrightarrow{BE}\perp\overrightarrow{\Gamma Z}$ Άρα $\overrightarrow{\Gamma E}\perp\overrightarrow{\Delta Z}$